

Министерство общего и профессионального образования Свердловской области
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Свердловской области
«Ирбитский мотоциклетный техникум» (ГАПОУ СО «ИМТ»)

**ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТЯМ
15.02.08 Технология машиностроения**

**КОМПЛЕКТ МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

ЕН. 01. МАТЕМАТИКА

2017 г.

КОМПЛЕКТ МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН. 01. МАТЕМАТИКА

Разработчик: _____ (В.Л. Зыкова), преподаватель ГАПОУ СО «ИМТ»
(подпись) (ФИО)

Комплект методических указаний по выполнению практических работ по дисциплине ЕН. 01 Математика разработан на основе федеральных государственных образовательных стандартов специальности 15.02.08 Технология машиностроения, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «18» июня 2014 г. № 350, а также рабочих программ учебной дисциплины ЕН. 01 Математика.

Методическое обеспечение предназначено для проведения практических работ по дисциплине и содержит пояснительную записку, задания для проведения практических работ, теоретический материал, список литературы.

Пояснительная записка.

Цель настоящего пособия – оказать помощь студентам в подготовке и при выполнении практических работ, а также облегчить работу преподавателя по организации и проведению практических занятий. Пособие содержит описание всех предусмотренных программой практических работ.

Практические работы по дисциплине предназначены для закрепления и обобщения знаний, полученных по изучаемой теме или нескольким темам, связанным между собой.

Программой дисциплины ЕН. 01 Математика предусмотрено выполнение практических работ, направленных на формирование следующих общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Техник должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам деятельности

ПК 1.1. Организовывать и проводить работы по техническому обслуживанию и ремонту автотранспорта.

ПК 1.2. Осуществлять технический контроль при хранении, эксплуатации, техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.

ПК 1.3. Разрабатывать технологические процессы ремонта узлов и деталей.

Организация деятельности коллектива исполнителей

ПК 2.2. Контролировать и оценивать качество работы исполнителей работ.

Выполнение работ по одной или нескольким профессиям рабочих, должностям

В соответствии с требованиями ФГОС СПО специальности 15.02.08 Технология машиностроения в результате освоения дисциплины ЕН. 01. Математика: обучающийся должен **уметь**:

- анализировать сложные функции и строить их графики;
- выполнять действия над комплексными числами;
- вычислять значения геометрических величин;
- производить операции над матрицами и определителями;
- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления;

- решать системы линейных уравнений различными методами;
должен **знать**:
- основные математические методы решения прикладных задач;
- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления;

Содержание практических работ позволяет освоить:

- практические приемы вычисления, а так же выполнение измерений и связанных с ними расчетов геометрических тел и поверхностей;
- практические навыки вычисления пределов функций;
- практические навыки вычисления производной функции и применение производной;
- практические навыки вычисления определенного и неопределенного интеграла, практическое применение интеграла;
- элементы теории вероятностей и математической статистике.

В содержании каждой практической работы даны краткие теоретические сведения или формулы, примеры решения задач, и задания для самостоятельного решения по вариантам.

Ход выполнения практической работы

Практические работы необходимо выполнять в рабочих тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Ход работы:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. Выполнить самостоятельную работу
4. Сдать преподавателю тетрадь для проверки.

Критерии оценивания практических работ

Отметка «5» ставиться, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- выполнено 75-90% заданий;

- либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;

- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- выполнено 51-75% заданий;

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- выполнено менее 50% заданий;

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Практическая работа

Тема: Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Цель занятия:

1. изучить три формы записи комплексных чисел: алгебраическую, показательную и тригонометрическую;
2. научиться выполнять переход от одной формы записи комплексного числа к другой и наоборот;
3. научиться выполнять действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах, решать алгебраические уравнения, где корни комплексные числа.

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Запишите комплексные числа в показательной и тригонометрических формах

$$z_1 = \frac{1}{2}i, z_2 = 3 + 3i.$$

$$\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$$

2. Запишите комплексное число в алгебраической форме $Z = \sqrt{3}i$).

3. Выполните действия над комплексными числами в тригонометрической форме $z_1 + z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 : z_2$, если

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right), \quad \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{4}, \quad z_2 = 3i$$

4. Изобразите на комплексной плоскости следующие комплексные числа

$$z = -3 + i$$

$$z = 4$$

- 5 а) Найдите корни квадратного уравнения $x^2 + 2x + 10 = 0$;

б) отметьте найденные корни уравнения на координатной плоскости.

6 Даны комплексные числа $z_1=1+i, z_2=-2-3i$.

Выполните действия над ними в алгебраической форме $z_1+z_2, z_1-z_2, z_1 \cdot z_2, z_1:z_2$.

Вариант 2

1. Запишите комплексные числа в показательной и тригонометрических формах

$$z_1 = \frac{1}{3}i, z_2 = 2+2i$$

$$\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$$

2. Запишите комплексное число в алгебраической форме $Z = 2i$).

3. Выполните действия над комплексными числами в тригонометрической форме $z_1+z_2, z_1 \cdot z_2, z_1:z_2$, если

$$z_1 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right), \quad z_2 = 2i \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right).$$

4. Изобразите на комплексной плоскости следующие комплексные числа

$$z = -3 + i$$

$$z = 4$$

5 а) Найдите корни квадратного уравнения $x^2 - 2x + 10 = 0$;

б) отметьте найденные корни уравнения на координатной плоскости.

6 Даны комплексные числа $z_1=2-i, z_2=1+4i$.

Выполните действия над ними в алгебраической форме $z_1+z_2, z_1-z_2, z_1 \cdot z_2, z_1:z_2$.

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе

Контрольные вопросы

1. Как выполнить переход от алгебраической формы записи комплексного числа к показательной и тригонометрической форме?
2. Как выполнять действия над комплексными числами в показательной и тригонометрической формах?
3. Сформулируйте определение комплексного числа.
4. Какие существуют формы записи комплексных чисел?
5. Как выполнить сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел в алгебраической форме записи?

Литература

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.186-193.

Множество действительных чисел можно рассматривать как подмножество комплексных чисел, у которых $\text{Im } z=0$.

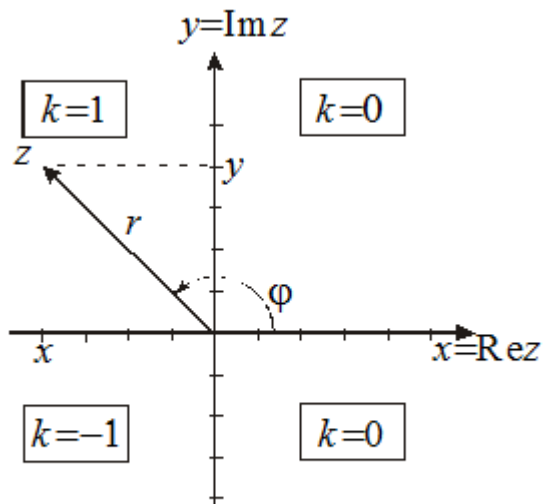


Рисунок 1

Комплексное число $z = x + iy = x + iy$ изображают на координатной плоскости $OxOy$ точкой с координатами $(x; y)$. Эта плоскость называется **комплексной плоскостью** $С$ (рисунок 1), ось $OxOx$ называется **действительной осью**, а ось $OyOy$ – **мнимой осью**. Таким образом, действительному числу $z = x + 0i = xz = x + 0i = x$ отвечает точка на действительной оси, а **мнимому** числу $z = 0 + iy = iy = 0 + iy = iy$ – точка на мнимой оси.

Можно также изображать комплексное число в виде радиус-вектора $\{x, y\}$ и определять его, задавая его длину r и угол φ между осью $OxOx$ и вектором.

Длина этого вектора называется модулем комплексного числа

$$|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0, |z| = r = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0,$$

а угол φ называется **аргументом комплексного числа** и

обозначается $Argz$. Аргумент определяется с точностью до слагаемого $2\pi k$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) и для положительных значений отсчитывается от оси $OxOx$ до вектора против часовой стрелки, а для отрицательных значений – по часовой стрелке.

Значение аргумента, который принадлежит интервалу $(-\pi, \pi]$, называется **главным значением аргумента** и определяется $argz$. Главное значение аргументу

числа $x + iy$ можно вычислять по

формуле $\varphi = argz = arctg(y/x) + k\pi$, где $k = 0$, если z находится в первой или четвертой четвертях, $k = 1$, если z находится во второй четверти, $k = -1$, если z находится в третьей четверти.

Если $x = Re z = 0$, то $\varphi = \pi/2$, когда $y = Im z > 0$ и $\varphi = -\pi/2$, когда $y = Im z < 0$. плоскость называется **комплексной плоскостью** $С$ (рисунок 1),

ось $OxOx$ называется **действительной осью**, а ось $OyOy$ – **мнимой осью**. Таким образом, действительному числу $z = x + 0i = xz = x + 0i = x$ отвечает точка на действительной оси, а мнимому числу $z = 0 + iy = iy = 0 + iy = iy$ – точка на мнимой оси.

Практическая работа

Тема: Вычисление матричных многочленов.

Цель занятия:

1) *изучить понятия: матрица, освоить способы выполнения операций над матрицами, элементарные преобразования матриц,*

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислите линейную комбинацию $A+2B$.
2. Возвести матрицу A в квадрат.

3. Найдите произведение матриц A и B , и B на A , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти $C = A-3B$.

3. Пользуясь, определением вычислите: $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 10 & 12 \end{vmatrix}$, $|B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}$.

4. Пользуясь, «правилом *треугольника*» вычислите $|C| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислите линейную комбинацию $2B-A$.
2. Возвести матрицу A в квадрат.

2. Найдите произведение матриц $B^T A$, и B на A , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
3. Найти $C = A - 3B$.

$$: \quad |A| = \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 9 & 15 \end{vmatrix}, |B| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. вычислите: $|C| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется матрицей, какие виды матриц вы знаете?
2. Какие операции можно выполнять над матрицами?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.12-20.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.10-18.

Практическая работа

Тема: Вычисление определителей второго и третьего порядка.

Миноры и алгебраические дополнения. Нахождение обратной матрицы.

Цель занятия:

1)изучить понятия: минор матрицы, алгебраическое дополнение, обратная матрица;

2)научиться вычислять миноры и алгебраические дополнения матриц, находить матрицу обратную данной.

3) научиться вычислять определители второго и третьего порядка, используя определение определителя матрицы и «правило треугольника».

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Вычислить определитель матрицы по элементам 1 строки

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

2 Найдите матрицу обратную данной, если: а) $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 13 & 12 & 10 \\ 11 & 10 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Для определителя $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ найдите: а) A_{12}, A_{31} , б) M_{23}, M_{13} .

Вариант 2

1. Вычислить определитель матрицы по элементам 1 строки

$$\begin{array}{l} \text{A.} \quad 1 \ 4 \ 3 \\ \quad \quad -8 \ 2 \ -5 \\ \quad \quad 1 \ 1 \ -1 \end{array}$$

2. Найдите матрицу обратную данной, если: а) $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Для определителя $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ найдите: а) A_{22}, A_{32} ; б) M_{11}, M_{21} .

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется минором матрицы, алгебраическим дополнением матрицы, в чём их отличие?
2. Как можно вычислить минор матрицы, алгебраическое дополнение матрицы?
3. Какая матрица называется обратной данной?
4. Как можно найти обратную матрицу?
5. Какие существуют способы нахождения определителей второго и третьего порядка?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.33-37.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.18-19.

Практическая работа

Тема: Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.

Цель занятия:

- 1) изучить правило Крамера для решения систем линейных уравнений;
- 2) научиться решать системы линейных уравнений, используя изученное правило.

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$$
2. Дайте определение совместной системы линейных алгебраических уравнений.

3. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 3z = -3 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$$
2. Дайте определение несовместной системы линейных алгебраических уравнений.

3. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется системой линейных алгебраических уравнений?
2. Какие бывают виды систем линейных уравнений?
3. В чём заключается сущность правила Крамера для решения систем уравнений?
4. Какие формулы позволяют решать систему уравнений методом Крамера?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.37-52.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.22- 25.

Практическая работа

Тема: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Цель занятия:

- 1) изучить метод Гаусса для решения систем линейных уравнений;
- 2) научиться решать системы линейных алгебраических уравнений, используя изученным методом.

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 5x - 5y + 4z = -3 \\ x - y - 5z = 11 \\ 4x - 3y - 6z = -9 \end{cases}$$

2. Сформулируйте определение определённой системы линейных уравнений. Приведите пример.

3. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 4z = 11 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x - 4y - 2z = 0 \\ 3x - 5y - 6z = -21 \\ 3x + y + z = -4 \end{cases}$$

2. Сформулируйте определение неопределённой системы линейных уравнений. Приведите пример.

3. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 4z = 12 \end{cases}$$

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы

необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется системой линейных алгебраических уравнений?
2. Какие бывают виды систем линейных уравнений?
3. Дайте определение общего решения системы линейных уравнений.
4. Дайте определение частного решения системы линейных уравнений.
5. В чём заключается сущность метода Гаусса для решения систем уравнений?
6. В каком случае система линейных уравнений будет иметь одно решение, бесконечно много решений, не иметь решений?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.37-52.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.26-28.

Практическая работа

Тема: Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, использование свойств пределов.

Цель занятия:

- 1)изучить различные виды неопределённостей;
- 2)научиться раскрывать неопределённости и вычислять значения пределов функций
- 3)расширить представления о замечательных пределах функций, познакомиться с основными свойствами пределов;
- 4)научиться вычислять пределы функций, используя свойства пределов и замечательные пределы.

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задание для практической работы

Вариант 1

Вычислите пределы функций

1. $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^2 - 6x + 7)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 4x}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

4.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{a^x - 1}$

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 - 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 8}{2x^3 - x + 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 5}{3x^3 + 1}$

Вариант 2

Вычислите пределы функций

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 7)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$$

4.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\operatorname{arctg} x}$

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 7x + 6}$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 5}{3x^3 + 1}$

9 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x - 1}{2x^4 + x^2}$

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называют пределом функции в точке?
2. Что называют пределом функции при x стремящемся к ∞ ?
3. Какие существуют свойства пределов функций? Какие из них вы использовали при выполнении данных заданий?
4. I и II замечательные пределы.
5. Что называют неопределённостью при вычислении пределов функций?
6. Какие виды неопределённостей существуют?
7. Как раскрыть неопределённость вида $\frac{0}{0}$? $\frac{\infty}{\infty}$? $\infty-\infty$?
8. Какие из замечательных пределов использовали при выполнении данных заданий?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.97-104.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2009, стр.112-125
3. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.97-104.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.112-124.

Практическая работа

Тема: Исследование функции. Построение графиков функций с помощью производной..

Цель занятия:

- 1)изучить план исследования функции;
- 2) научиться исследовать данную функцию и выполнять построение её графика.

Оборудование

ПК, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x}{2} - x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0;3]$.

Вариант 2

1. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[0;4]$.

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте план исследования данной функции.
2. Какая точка называется точкой максимума функции?
3. Сформулируйте правило исследования функции на экстремумы с помощью второй производной.
4. Какая кривая называется выпуклой в точке?
5. Сформулируйте правило нахождения интервалов вогнутости, выпуклости графика функции.
6. Какая прямая называется асимптотой?
7. Какая прямая называется вертикальной асимптотой?.

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.146-148.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.180-181.

Практическая работа

Тема «Решение прикладных задач на вычисление определённых интегралов»..

Цель занятия:

- 1) рассмотреть приложения определённого интеграла к различным геометрическим задачам;
- 2) научиться вычислять площадь плоской фигуры и объём тела вращения.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \frac{1}{x}$, если $1 \leq x \leq e$.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x$ и $x = 2$.
3. Вычислите объём тела, полученного вращением криволинейной трапеции $0 \leq y \leq \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Вариант 2

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x$ и $y = x^2$.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 9$ и $y = 0$.
3. Вычислите объём тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x^2}{2}$, $x = 0$, $y = 2\sqrt{2}$ вокруг оси ОУ.

Пояснения к работе

Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Содержание отчета

Название работы.

Цель работы.

Задания и их решения.

Ответы на контрольные вопросы.

Общий вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Перечислите приложения определённого интеграла к различным геометрическим задачам.
2. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = f(x)$ и $y = \varphi(x)$?
3. Как с помощью определённого интеграла вычислить объём тела вращения?

Литература

1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики. М.: Издательский центр «Академия», 2009, стр.169-173.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. - М.: Айрис-пресс, 2009, стр.237-250.

Практическая работа

Тема: Решение задач на нахождение стандартного отклонения

Цель - закрепление теоретического материала по изучению среднего квадратичного отклонения дисперсии дискретной случайной величины

Содержание работы

1. Определение среднего квадратичного отклонения
2. Пример решения задач.
3. Примеры для самостоятельного решения.
4. Рекомендуемая литература.

Методические указания

1. Дисперсия имеет размерность равную квадрату размерности случайной величины. Поэтому в тех случаях, когда желательно, чтобы оценка рассеяния имела размерность случайной величины, вычисляют не дисперсию, а среднее квадратическое отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии, поэтому его размерность равна размерности случайной величины. Например, если X выражается в линейных метрах, то $\sigma(X)$ тоже выражается в линейных метрах, а $D(X)$ – в квадратных метрах.

2. Пример:

Найти среднее квадратичное отклонение случайной величины X , заданной следующим законом распределения:

X	2	4	6	8
P	0.2	0.15	0.35	0.3

Решение.

Найдем математическое ожидание $M(X)$:

$$M(X) = 2 \cdot 0.2 + 4 \cdot 0.15 + 6 \cdot 0.35 + 8 \cdot 0.3 = 5.5$$

Составим закон распределения случайной величины X^2 :

X^2	4	16	36	64
P	0.2	0.15	0.35	0.3

$$M(X^2) = 4 \cdot 0.2 + 16 \cdot 0.15 + 36 \cdot 0.35 + 64 \cdot 0.3 = 0.8 + 2.4 + 12.6 + 19.2 = 35$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 35 - (5.5)^2 = 35 - 30.25 = 4.75$$

Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{4.75} = 2.18$$

Задания для практической работы

1. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0.31	0.1	0.29	0.3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение, используя формулы для их определения.

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X :

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

3. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_i	1	3	6	8
p_i	0,2	0,1	0,4	0,3

найти $M(x)$ – математическое ожидание, $D(x)$ – дисперсию, $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , которая задана следующим рядом распределения:

X	2	3	10
P	0,1	0,4	0,5

Рекомендуемая литература:

1. «Алгебра и начало анализа» под ред. Яковлева Г.Н. М., 1977г.
2. Башмаков М.М.. «Математика» М., 1987г.
3. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. «Математика для техникумов» М., 1989г.
4. Ананасов П.Т., Орлов М.И. «Сборник задач по математике» М., 1987

Практическая работа

Тема: **Вычисление числовых характеристик**

Цель: решать задачи с применением формул комбинаторики; находить вероятность в задачах, используя классическое определение вероятностей.

. **Указания к выполнению практической работы:** Данные для решения первой задачи взять из таблицы. Работу оформить в отдельных тетрадях для практических работ.

Задания:

1. В результате исследования, посвященного изучению состояния сердечно-сосудистой системы у спортсменов-лыжников, были получены следующие данные:

Частота сердечных сокращений, мин-1	Число исследуемых, чел.
	k
	n
	N
	a
	s
ВСЕГО:	$k+n+N+a+s$

Рассчитайте показатели вариационного ряда: среднюю арифметическую величину, моду, медиану, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, среднюю ошибку средней арифметической.

Имеются следующие данные о числе обвиняемых по уголовным делам: 1; 5; 3; 1; 1; 2; 3; 1; 2; 4; 2; 1; 2; 1; 4; 1; 1; 4; 2; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 1; 4; 1; 2; 3; 1; 3; 1; 1; 3; 1; 1; 1; 2; 2; 1; 2; 1; 1; 2; 1; 2; 4; 1.

На основе этих данных постройте дискретный вариационный ряд распределения для обобщения данных. Сделайте выводы по полученным результатам.

Понятия и определения.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_n – данные наблюдений над случайной величиной X . **Средним арифметическим** наблюдаемых значений случайной величины X называется частное от деления суммы всех этих значений на их число:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1).$$

Если данные наблюдений представлены в виде дискретного ряда, где x_1, x_2, \dots, x_n – наблюдаемые варианты, а m_1, m_2, \dots, m_n – соответствующие им частоты,

причём $\sum_{i=1}^k m_i = n$, то, по определению,

$$\bar{X} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_k m_k}{m_1 + m_2 + \dots + m_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i m_i}{n} \quad (2).$$

Вычисленное по данной формуле среднее арифметическое называется **взвешенным**, так как частоты m_i называются **весами**, а операция умножения x_i на m_i – взвешиванием.

Для интервального вариационного ряда за x_i принимают середину i -го интервала, а за m_i – соответствующую интервальную частоту:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i m_i}{n} = \sum_{i=1}^k x_i \frac{m_i}{n} = \sum_{i=1}^k x_i p_i \quad (3).$$

Основные свойства среднего арифметического:

1. Среднее арифметическое алгебраической суммы соответствующих друг другу значений равно алгебраической сумме средних арифметических:

$$\overline{X \pm Y} = \bar{X} \pm \bar{Y}.$$

2. Если ряд наблюдений состоит из двух непересекающихся групп наблюдений, то среднее арифметическое всего ряда наблюдений равно взвешенному среднему арифметическому групповых средних, причём весами являются объёмы соответствующих групп:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{X} m_1 + \bar{Y} m_2}{m_1 + m_2}.$$

3. Среднее арифметическое постоянной равно самой постоянной:

$$\bar{C} = C$$

4. Постоянную можно выносить за знак среднего арифметического:

$$\overline{cX} = c * \bar{X}$$

5. Сумма отклонений результатов наблюдений от их среднего арифметического равна нулю:

$$\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X}) * m_i = 0$$

6. Если все результаты наблюдений увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то среднее арифметическое увеличится (уменьшится) на то же число:

$$\bar{Z} = \overline{X \pm C} = \bar{X} \pm \bar{C}$$

7. Если все частоты вариантов умножить на одно и то же число, то среднее арифметическое не изменится.

Выборочной дисперсией значений случайной величины X называется среднее арифметическое квадратов отклонений наблюдаемых значений этой величины от их среднего арифметического:

$$\hat{DX} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2}{n} \quad (4).$$

Если данные наблюдений представлены в виде дискретного ряда, где x_1, x_2, \dots, x_n – наблюдаемые варианты, а m_1, m_2, \dots, m_n – соответствующие им частоты,

причём $\sum_{i=1}^k m_i = n$, то выборочная дисперсия определяется формулой:

$$\hat{DX} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2 * m_i}{n} \quad (5).$$

Используя равенство $\hat{p}_i = \frac{m_i}{n}$, последнюю формулу можно представить в виде:

$$\hat{DX} = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2 * \hat{p}_i \quad (6).$$

Дисперсия, вычисленная по формулам 5 и 6, называется **взвешенной выборочной дисперсией**.

Основные свойства выборочной дисперсии:

1. Дисперсия постоянной равна нулю:

$$\hat{D}C = 0$$

2. Если все результаты наблюдений увеличить (уменьшить) на одно и то же число C , то дисперсия не изменится: $\hat{D}(X \pm C) = \hat{D}X$.

3. Если все результаты наблюдений умножить на одно и то же число C , то имеет место равенство:

$$\hat{D}(CX) = C^2 \hat{D}X$$

4. Если все частоты вариантов умножить на одно и то же число, то выборочная дисперсия не изменится.

5. Выборочная дисперсия равна разности между средним арифметическим квадратов наблюдений над случайной величиной X и квадратом её среднего арифметического:

$$\hat{D}X = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$$

Практическая работа

Тема: «Вычисление вероятностей непрерывной и дискретной случайных величин».

Цель выполнения задания: нахождение закона распределения, функции распределения и числовых характеристик случайной величины.

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Теория: Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы

Порядок выполнения задания, методические указания: - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;
- выполнить задания практической работы;
- сформулировать вывод

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе

Контрольные вопросы: 1 Что такое случайная величина? 2 Дискретная случайная величина 3 Непрерывная случайная величина 4 Что такое закон распределения СВ? 5 Способы задания случайной величины 6 Что такое ряд распределения СВ? 7 Что называется многоугольником распределения вероятности? 8 Функция распределения случайной величины 9 Что такое математическое ожидание? 10 Что называется дисперсией случайной величины? 11 Понятие среднего квадратического отклонения СВ.

Литература: 1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 1

2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003

3 <http://cyberfac.ru>

4 <http://www.matburo.ru>

5 <http://www.toehelp.ru>

Задания к практической работе.

1 В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить полигон полученного распределения.

2 Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Построить полигон полученного распределения. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

3 Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,7.

Стрелок делает выстрелы до первого промаха. Составить закон распределения случайной величины X – числа патронов, выданных стрелку, если всего имеется пять патронов.

Построить полигон полученного распределения. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4 Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа гербов при четырех подбрасываниях монеты. Построить полигон полученного распределения

5 Два носка выбираются случайным образом из ящика, в котором находится 5 коричневых и 3 зеленых. Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа коричневых носков. Построить полигон полученного распределения.

6 В ящике находится 35 кондиционных и 12 бракованных однотипных деталей. Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение количества бракованных деталей среди трёх наудачу выбранных. Построить полигон полученного распределения.

7 В ящике находится 35 кондиционных и 12 бракованных однотипных деталей. Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение количества кондиционных деталей среди трёх наудачу выбранных. Построить полигон полученного распределения.

8 В партии из 25 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение количества дефектных деталей среди трёх наудачу выбранных. Построить полигон полученного распределения.

9 В партии из 25 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Определить закон, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение количества качественных деталей среди трёх наудачу выбранных. Построить полигон полученного распределения.

10 В городе имеются 4 оптовые базы. Вероятность того, что требуемого сорта товар отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,3. Составить закон распределения, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент. Построить полигон полученного распределения.

Основные понятия.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины x называется произведение всех её возможных значений на их вероятности:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

- математическое ожидание постоянной равно самой постоянной:

$$M(C) = C$$

- постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(Cx) = C * M(x)$$

- математическое ожидание суммы случайных величины равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n M(x_i)$$

- математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

$$M(x_1 * x_2 * \dots * x_n) = M(x_1) * M(x_2) * \dots * M(x_n)$$

Дисперсией случайной величины x называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$$D(x) = M((x - M(x))^2) \text{ или } D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{D(x)}$

Свойства дисперсии:

- дисперсия постоянной равно нулю:

$$D(C) = 0$$

- постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

$$D(Cx) = C^2 * D(x)$$

- дисперсия суммы (разности) случайных величины равно сумме дисперсий слагаемых:

$$D\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n D(x_i)$$

Свойства среднеквадратического отклонения:

$$\sigma(C) = 0$$

$$\sigma(Cx) = |C| * \sigma(x)$$

Пример 1. Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти $p(x < 2)$, $p(x > 4)$, $p(2 \leq x \leq 4)$, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Решение. $p(x < 2) = 0,1$;

$p(x > 4) = 0,1$;

$p(2 \leq x \leq 4) = 0,2 + 0,4 + 0,2 = 0,8$;

$$M(x)=1*0,1+2*0,2+3*0,4+4*0,2+5*0,1=3;$$

$$D(x)=1^2*0,1+2^2*0,2+3^2*0,4+4^2*0,2+5^2*0,1-3^2=1,2$$

$$\sigma(x)=\sqrt{1,2}=1,095$$

Пример 2. Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от ожидаемых им в этом году 100000 яиц?

Решение. x – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.

$$M(x)=0,6*0,2+0,4*0,5+0,2*0,2+0*0,06-0,2*0,04=0,352$$

$$M(10000x)=10000*0,352=3520 \$$$

$$D(x)=0,6^2*0,2+0,4^2*0,5+0,2^2*0,2+0^2*0,06+(-0,2)^2*0,04-0,352^2=0,037696$$

$$\sigma(x)=\sqrt{0,037696}=0,194154578$$

$$D(10000x)=10000^2*D(x)=19415457,76$$

$$\sigma(x)=\sqrt{0,194154578}=0,441$$

Практическая работа.

Тема: Вычисление значений геометрических величин.

Цель. Рассмотреть основные свойства геометрических фигур из курса начальной математики, характеризующих их форму и размеры.

Теоретическая часть Вопросы к изучению

1. Длина отрезка и ее измерение.
2. Величина угла и ее измерение.
3. Понятие площади фигуры и ее измерение.
4. Площадь многоугольника.
5. Площадь произвольной плоской фигуры и ее измерение.

Основные понятия темы

- длина отрезка; численное значение длины отрезка (мера длины отрезка);
- величина угла; численное значение величины угла (мера величины угла);
- площадь фигуры; численное значение площади фигуры (мера площади фигуры);
- площадь многоугольника и произвольной плоской фигуры;
- равновеликие и равносторонние фигуры.
- косвенные способы вычисления площадей прямоугольника, треугольника, параллелограмма, произвольного многоугольника.
- теоремы о взаимосвязи равновеликости и равносторонности многоугольных фигур;
- способ измерения площади фигуры при помощи палетки.

Правила, замечания

Длина, площадь, величина угла характеризуются одинаковыми свойствами, но заданы на разных классах фигур: длина - на множестве отрезков, площадь - на множестве многоугольных и криволинейных фигур, величина угла - на множестве углов.

Понятие объема определяется аналогично тому, как это сделано для площади, и все выводы, сделанные для площади, переносятся на объем. Исключение составляет теорема Бойяи-Гервина, - для многогранников она не выполняется.

Практическая часть

1. Отметьте на прямой три равных отрезка: АВ, ВС и СД. Чему будет равна длина каждого из этих отрезков, если за единицу длины будет выбрана длина отрезка: а) АВ; б) АС; в) АД?
2. Из одного куска проволоки, не разрезая его, надо сделать каркас: а) треугольной пирамиды; б) четырехугольной пирамиды; в) куба. Каждое ребро этих многогранников равно 1 см. Какова наименьшая длина такой проволоки?
3. Существуют ли на плоскости три точки *A*, *B* и *C*, такие, что:

а) $AC = 15\text{ см}$, $AB = 8\text{ см}$, $BC = 7\text{ см}$;

б) $AC = 8\text{ см}$, $AB = 25\text{ см}$, $BC = 40\text{ см}$;

в) $AC = 14$ см, $AB = 30$ см, $BC = 40$ см?

4. Постройте отрезок, длина которого $4,6 E$. Каким будет численное значение длины этого отрезка, если единицу длины E :

а) увеличить в два раза; б) уменьшить в $1,5$ раза?

5. Длину стола измеряли сначала в сантиметрах, потом в дециметрах. В первом случае получили число на 108 больше, чем во втором. Чему равна длина стола?
6. Углы a - смежные. Чему равен каждый из них, если: а) один из них больше другого на 60° ; б) один из них больше другого в 3 раза?
7. Внутри прямого угла провели луч. Вычислите градусную меру каждого из полученных при этом углов, если: а) один из них больше другого на 89° ; б) один из них в 90 раз больше другого; в) половина одного из них равна трети другого.
8. Измерьте величину угла между указательным и средним пальцами руки при максимальном отклонении друг от друга.
9. Пусть a - смежные углы. Запишите формулу, которая связывает между собой величины этих углов. Какой функцией является зависимость одной из этих величин от другой? Какова область ее определения и область значения? Каким будет график этой зависимости?
10. Два угла величиной 40° и 50° имеют общую сторону. Какой угол могут образовывать другие их стороны? Ответьте на тот же вопрос, если даны углы 140° и 150° .
11. Углы BAK и CAM - прямые. Угол CAK равен 10° . Найдите величину угла BAM . Решите задачу в общем виде для произвольного по величине угла CAK .
12. Площадь фигуры F равна сумме площадей фигур F_1 и F_2 . Значит ли это, что фигура F составлена из фигур F_1 и F_2 .
13. Два треугольника имеют равные площади. Следует ли из этого, что они равны?
14. Верно ли, что:

а) Численные значения площади одной и той же фигуры могут быть различными?

б) Численные значения неравных фигур могут быть равными?

в) Равновеликие фигуры равны?

15. Известно, что площадь фигуры $34,78$ см². Каким будет численное значение площади этой фигуры, если измерить ее в квадратных дециметрах?
16. Докажите, что площадь любого треугольника равна половине произведения его стороны на проведенную к ней высоту.
17. Площадь прямоугольника равна 12 см, длины его сторон выражаются натуральными числами. Сколько различных прямоугольников можно построить согласно этим условиям?
18. Прямые a и b параллельны. Точка B движется по прямой b , занимая положение B_1, B_2, B_3 и т.д., а точки A и C остаются неподвижными. Равновелики ли треугольники AB_1C, AB_2C и т.д.?
19. Длины сторон параллелограмма 6 и 12 см, а высота его, проведенная к меньшей стороне, 10 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне параллелограмма.
20. Докажите, что всякая трапеция равноставлена с прямоугольником, одна сторона которого равна средней линии трапеции, а другая ее высоте.

21. На фигуру F наложили палетку и подсчитали, что внутри фигура F содержится фигура, составленная из 28 единичных квадратов, а фигура F содержится внутри фигуры, состоящей из 35 единичных квадратов. Каково приближенное значение площади фигуры F?
22. Начертите круг радиуса 2 см на клетчатой бумаге и найдите его площадь, используя клетчатую бумагу как палетку, состоящую из квадратов со стороной, равной: а) 1 см; б) 0,5 см.
23. Вычислите площадь этого круга по формуле, приняв $\pi = 3,14$. Сравните полученные результаты.