Министерство общего и профессионального образования Свердловской области
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Свердловской области
«Ирбитский мотоциклетный техникум»
(ГАПОУ СО «ИМТ»)

ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
09.02.04 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ (ПО ОТРАСЛЯМ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ

ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Разработчик: В.Л. Зыкова, преподаватель ГАПОУ СО «ИМТ»

Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы разработаны в соответствии с рабочей программой.

В пособии приведены рекомендации по организации самостоятельной работы с учебниками, конспектами, а также указаны виды самостоятельной работы по темам дисциплины, рекомендуемая литература и формы контроля самостоятельной работы по каждой теме.

ГАПОУ СО «ИМТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

СОДЕРЖАНИЕ

..

Введение

Требования работодателей к современному специалисту, а также Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования ориентированы, прежде всего, на умения самостоятельной деятельности и творческий подход к специальности. Профессиональный рост специалиста, его социальная востребованность, как никогда, зависят от умения проявить инициативу, решить нестандартную задачу, от способности к планированию и прогнозированию самостоятельных действий. Стратегическим направлением повышения качества образования в этих условиях является оптимизация системы управления учебной работой студентов, в том числе и их самостоятельной работой.

Переход на компетентностную модель образования предполагает значительное увеличение доли самостоятельной познавательной деятельности студентов. Превращение студента из объекта педагогического воздействия в активнодействующего субъекта образовательного процесса в рамках учебной дисциплины 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) выстраивающего своё образование совместно с преподавателем, является необходимым условием достижения им соответствующих компетенций. Более того, самостоятельная работа студента направлена не только на достижение учебных целей - обретение соответствующих компетенций, но и на формирование самостоятельной жизненной позиции как личностной характеристики будущего специалиста, повышающей его познавательную, социальную и профессиональную мобильность, формирующую у него активное и ответственное отношение к жизни.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет компетентностный подход в образовании, на базе которого осуществляется формирование общих и профессиональных компетенций, самостоятельного труда и квалифицированного специалиста, необходимых как для самообразования, так и для дальнейшего повышения квалификации в системе непрерывного образования, развития профессиональной карьеры.

.

Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы:

Дисциплина ЕН. 01. Элементы высшей математики входит в обязательную часть циклов ППСЗ, является дисциплиной математического и общего естественнонаучного цикла. Изучение дисциплины ЕН. 01. Элементы высшей математики основывается на знаниях и умениях, полученных при изучении дисциплин Математика, Физика. В процессе изучения дисциплины ЕН. 01. Элементы высшей математики подчеркивается связь с такими дисциплинами как Элементы математической логики, Дискретная математика, Теория вероятностей и математическая статистика, Основы архитектуры, устройство и функционирование вычислительных систем.

При освоении дисциплины ЕН. 01. Элементы высшей математики целью является:

- формирование представлений о дисциплине как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах учебной дисциплины;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения учебных дисциплин профессионального цикла;
- воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Изучение дисциплины ЕН. 01. Математика направлено на формирование общих компетенций: ***(ОК),*** т. е. техник по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность :

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ОК 10. Исполнять воинскую обязанность, в том числе с применением полученных профессиональных знаний (для юношей).

Техник должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам деятельности (далее ВД):

ВД.1. Эксплуатация и модификация информационных систем:

ПК 1.1. Собирать данные для анализа использования и функционирования информационной системы, участвовать в составлении отчетной документации, принимать участие в разработке проектной документации на модификацию информационной системы.

ПК 1.2. Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.

ВД. 2. Участие в разработке информационных систем:

ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В соответствии с требованиями ФГОС СПО специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) в результате освоения учебной дисциплины ЕН. 01. Элементы высшей математики: *обучающийся должен* ***уметь:***

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;

- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения.

*обучающийся должен **знать:***

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления.

Количество часов на освоение программы дисциплины:

максимальной учебной нагрузки обучающегося 224 часоа, в том числе:

- обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 150 часов;
- самостоятельной работы обучающегося 65 часов;
- консультации для обучающихся 9 часов.

СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел 1.
Элементы линейной алгебры

Тема 1.1 Матрицы и определители

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

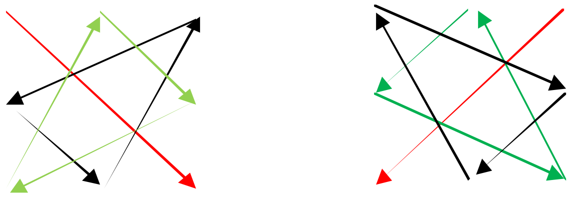
Решение задач по теме 1.1.

Подготовка сообщения «Алгоритм для нахождения обратной матрицы».

Работа с конспектом лекции.

Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими вопросами:

При вычислении определителей третьего порядка удобно пользоваться правилом треугольников (или Саррюса), которое символически можно записать так:



Минором M_{ij} элемента a_{ij} определителя $D = |a_{ij}|$, где i и j меняются от 1 до n, называется такой новый определитель, который получается из данного определителя вычеркиванием строки и столбца, содержащий данный элемент.

Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} определителя D называется минор M_{ij} этого элемента, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$

Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} принято обозначать A_{ij}.

Таким образом, $\mathbf{A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}}$

УПРАЖНЕНИЯ:

1.1 Вычислите: D = A×B – 3C, если

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

1.2 Вычислите: D = ABC, если

$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

1.3 Вычислите: D = A×B – 2C, если

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

1.4 Вычислите: D = ABC , если

$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

1.5 Вычислите матрицу $D=(BC)^T - 3A^2$, где

$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

1.6 Вычислите матрицу D= $2A^TB+3C^2$, где

A= $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, C= $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

1.7 Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} a+b & b \\ 2a & a-b \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} sin\alpha & cos\alpha \\ sin\beta & cos\beta \end{vmatrix}$; ж) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$; з) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$,

и) $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & b+x & x \\ x & x & c+x \end{vmatrix}$, к) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 0 & 3 \end{vmatrix}$, л) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & -1 \end{vmatrix}$, м) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$.

1.8 Найдите миноры и алгебраические дополнения всех элементов определителя матрицы А:

а) $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.8 Вычислите определитель четвертого порядка:

а) $\begin{vmatrix} 8 & 3 & 0 & 2 \\ -4 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \end{vmatrix}$.

1.9 Вычислить обратную матрицу:

а) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

1.10 Вычислить ранг матрицы:

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1.11 Решить уравнение:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$; б) $X\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Формы контроля самостоятельной работы: демонстрация составленного алгоритма для нахождения обратной матрицы, проверка преподавателем выполненных упражнений.

Тема 1.2.

Системы линейных алгебраических уравнений

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение заданий по теме 1.2.

Метод Крамера

При решении методом Крамера используем определители n-го порядка. Пусть задана система (1). Составим главный определитель системы из коэффициентов при неизвестных:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ -- & -- & -- & -- \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

ТЕОРЕМА. Если определитель системы $\Delta \neq 0$, то систему (3) можно решить по формуле Крамера, причем это решение единственное:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}; \qquad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}; \qquad \dots; \qquad x_n = \frac{\Delta_{x_n}}{\Delta},$$

где определитель Δx_i может быть получен из главного определителя путем замены i-го столбца на столбец из свободных членов.

Метод Гаусса

Эффективным методом решения и исследования систем линейных уравнений является метод последовательного исключения неизвестных, или метод Гаусса.

Идея метода Гаусса состоит в том, что данная система линейных уравнений преобразуется в равносильную ей систему специального вида, которая легко исследуется и решается.

Матричный способ

Систему можно решить и матричным способом.

Рассмотрим систему вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{4}$$

Составим матрицу системы из коэффициентов при неизвестных:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Из неизвестных x_1, x_2, x_3 и свободных членов составим матрицы – столбцы

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Тогда система (4) в матричной форме примет вид

$$A \cdot X = B. \qquad (5)$$

Чтобы найти матрицу X, умножим (7) на A^{-1} слева.

$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

УПРАЖНЕНИЯ:

1.12 Решить по формулам Крамера системы линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 13, \\ 2x_1 + 7x_2 = 81. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = -6, \\ 3x_1 + 4x_2 = 18. \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 10, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 23, \\ x_2 + 2x_3 = 13. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 11, \\ 5x_2 + 6x_3 = 28, \\ x_1 + 2x_3 = 7. \end{cases}$

5) $\begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 6x - 4y = 11. \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 6x - 9y = 33. \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 4y + 2z = -1, \\ x - 4y = -5. \end{cases}$

1.13 Решить методом Гаусса системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y + z = 5, \\ 2x - y + z = 2, \\ 3x - y + z = 3. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 11, \\ 5x_2 + 6x_3 = 28, \\ x_1 + 2x_3 = 7. \end{cases}$

1.14 Решить СЛАУ разными способами и сравнить ответы:

) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

Формы контроля самостоятельной работы: проверка преподавателем выполненных упражнений.

Раздел 2.
Элементы аналитической геометрии

Тема 2.1. Основы алгебры векторов

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение задач по теме 2.1. Составление справочного материала.

УПРАЖНЕНИЯ:

2.1. Даны точки: $A(6; 1; 2)$, $B(1; 0; 3)$, $C(5; 3; 4)$, $D(0; 2; 5)$. Найдите:

а) угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$;

б) расстояние между серединами отрезков AB и CD.

2.2. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle(\vec{a};\vec{b}) = 120°$.

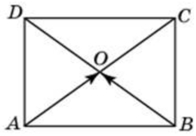
Найдите $|2\vec{a}-\vec{b}|$.

2.3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K – центр грани $ABCD$. Вычислите угол между прямыми:

а) BC_1 и D_1K;

б) B_1D и C_1K.

2.4 Две стороны прямоугольника $ABCD$ (см. рисунок) равны 4 и 7. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите длину суммы векторов $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{BO}$.



2.5 Составить справочный материал по теме «Векторы. Действия с векторами».

<u>Формы контроля самостоятельной работы</u>: проверка преподавателем выполненных упражнений, демонстрация справочного материала.

Тема 2.2. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Кривые второго порядка.

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение задач по теме 2.2.

Предварительно ознакомьтесь со следующими вопросами по теме "Уравнение прямой на плоскости и в простpнстве":

1. Расстояние между двумя точками на плоскости **$A(x_1;y_1)$** и **$B(x_2;y_2)$**: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. Деление отрезка пополам (нахождение середины отрезка): $x_c = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $y_c = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$.
3. Угловой коэффициент прямой: $k = tg\,\alpha$, где α- угол, угол наклона прямой к оси OX, $0 \le \alpha < \pi$.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом: **$y=kx+b$**.
5. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку **$(x_0;y_0)$** в данном направлении (уравнение пучка прямых): **$y-y_0=k(x-x_0)$.**

6. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки **(x_1;y_1)** и **(x_2;y_2)**: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$; $y_2 \neq y_1$; $x_2 \neq x_1$.

7. Общее уравнение прямой **Ax+By+C=0**,его частные случаи: **AB+By=0, Ax+B=0, By+C=0**.

8. Угол между двумя прямыми: $tg\,\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}$ где **k_1** и **k_2** - угловые коэффициенты данных прямых.

9. Условие параллельности двух прямых: **k_1 =k_2**.

10. Условие перпендикулярности двух прямых: **k_1=-1/k_2**.

11. Расстояние от точки **(x_0;y_0)** до прямой **Ax+By+C=0**: $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

Обратите внимание, что уравнение прямой, в каком бы виде оно ни было записано, является уравнением первой степени.

Общее уравнение прямой имеет вид: $Ax+By+C=0$, где A, B, C – некоторые числа. При этом коэффициенты A, B *одновременно* не равны нулю, так как уравнение теряет смысл.

1. Уравнение прямой по точке и направляющему вектору:

Если известна некоторая точка $M(x_0; y_0)$, принадлежащая прямой, и направляющий вектор $\bar{p}(p_1; p_2)$ этой прямой, то уравнение данной прямой можно составить по формуле:

$$\frac{x-x_0}{p_1}=\frac{y-y_0}{p_2}$$

Иногда его называют ***каноническим уравнением прямой***.

2. Общее уравнение плоскости:

Общее уравнение плоскости имеет вид $Ax+By+Cz+D=0$, где коэффициенты A, B, C одновременно не равны нулю.

3. Уравнение плоскости по трём точкам:

Любые ли три точки пространства задают плоскость? Нет. Во-первых, точки должны быть различными. А во-вторых, они не должны лежать на одной прямой (сразу все три).

Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки $M_0(x_0; y_0; z_0), M_1(x_1; y_1; z_1), M_2(x_2; y_2; z_2)$, которые не лежат на одной прямой, **можно составить по формуле**:

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & x_1-x_0 & x_2-x_0 \\ y-y_0 & y_1-y_0 & y_2-y_0 \\ z-z_0 & z_1-z_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix}=0$$

4. Уравнение поверхности сферы:

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.
Данная точка называется центром шара, а …
данное расстояние – радиусом шара.
Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы, также называется радиусом сферы. Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется ***диаметром*** сферы.

Пусть центр сферы, точка O, имеет координаты $(x_0;y_0;z_0)$, радиус сферы равен R. Если точка $M(x; y; z)$ лежит на данной сфере, то расстояние между точками O и M равно:

$$OM=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}.$$

Так как $OM = R$, то

$$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}=R,$$

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2.$$

Последнее уравнение называют уравнением сферы радиуса R с центром в точке $(x_0;y_0;z_0)$.

Сфера радиуса R с центром в начале координат представлена уравнением второй степени.
$x^2+y^2+z^2=R^2$ (R – радиус сферы)

Сфера радиуса R центр которой не совпадает с началом координат представлена другим уравнением второй степени.

$$(x\ \ a)^2+(y\ \ b)^2+(z\ \ c)^2=R^2$$

(R - радиус сферы; a, b, c - смещение центра сферы относительно центра координат)

Пример: Найти уравнение прямой, проходящей через две точки: (-1, 2) и (2, 1).
Решение.

По уравнению $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$
полагая в нем $x_1 = -1$, $y_1 = 2$, $x_2 = 2$, $y_2 = 1$ (без разницы, какую точку считать первой, какую - второй), получим
$\dfrac{y-2}{1-2}=\dfrac{x+1}{2+1}$, или $\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x+1}{3}$; после упрощений получаем окончательно искомое уравнение в виде $x + 3y - 5 = 0$.

Применение изученного материала к решению заданий

Задача 1. Составить уравнение сферы радиуса R = 5 с центром в начале координат.

Задача 2. Написать уравнение сферы с центром в точке С (2; —3; 5) и радиусом, равным 6.

Задача 3. Найти центр и радиус сферы$(x + 4)^2 + (y — 3)^2 + z^2 =100$.

Задача 4. Доказать, что уравнение

$$x^2 + y^2 + z^2 — 2x + 4y — 6z + 5 = 0$$

является уравнением сферы.

Задача 5. Составить уравнение плоскости по точкам $M_0(1; -2; 0), M_1(2; 0; -1), M_2(0; -1; 2)$.

$5x - y + 3z - 7 = 0$

Задача 6. Составить уравнение прямой по точке $M(1; 2)$ и направляющему вектору $\bar{p}(2; 1)$

$x - 2y + 3 = 0$

Задача 7. Составить уравнение прямой по точке $M(0; -3)$ и направляющему вектору $\bar{p}(-7; 5)$

Задача 8. Составить уравнение прямой по точке $A(0; 3)$ и направляющему вектору $\bar{j}(0; 1)$.

Задача 9. Составить уравнение прямой по двум точкам $A\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right), B(-1; 7)$.

$AB: 28x + 15y - 77 = 0$

Ответы (один из вариантов решений):

Задача 1. Составить уравнение сферы радиуса R = 5 с центром в начале координат.

Решение: Непосредственной подстановкой значения радиуса в уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ получим$x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Задача 2. Написать уравнение сферы с центром в точке С (2; —3; 5) и радиусом, равным 6.

Решение: Подставив значение координат точки С и значение радиуса в уравнение $(x — a)^2 + (y — b)^2 + (z — c)^2 = R^2$ получим

$(x — 2)^2 + (y + 3)^2 + (z — 5)^2 = 36$.

Задача 3. Найти центр и радиус сферы$(x + 4)^2 + (y — 3)^2 + z^2 =100$.

Решение: Сравнивая данное уравнение с уравнением сферы $(x — a)^2 + (y — b)^2 + (z — c)^2 = R^2$ видим, что

$a = — 4$, $b = 3$, $c = 0$, R =10. Следовательно, C(—4; 3; 0), R = 10.

Задача 4. Доказать, что уравнение

$$x^2 + y^2 + z^2 — 2x + 4y — 6z + 5 = 0$$

является уравнением сферы.

Решение: Преобразуем левую часть данного уравнения, выделив квадраты двучленов, содержащих соответственно *x, y* и *z*:

$$x^2 — 2x + y^2 + 4y + z^2 — 6z + 5 =$$
$$= (x — 1)^2 — 1 + (y + 2)^2 — 4 + (z — 3)^2 — 9 + 5 =$$
$$= (x — 1)^2 + (y + 2)^2 + (z — 3)^2 — 9.$$

Следовательно, данная поверхность имеет уравнение

$$(x — 1)^2 + (y + 2)^2 + (z — 3)^2 = 9.$$

Это уравнение представляет собой уравнение сферы с центром в точке С(1; —2; 3) и радиусом R = 3

Задача 5. Составить уравнение плоскости по точкам $M_0(1;-2;0), M_1(2;0;-1), M_2(0;-1;2)$.

Решение: составим уравнение плоскости по трём точкам. Используем формулу:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 2-1 & 0-1 \\ y-(-2) & 0-(-2) & -1-(-2) \\ z-0 & -1-0 & 2-0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 \\ y+2 & 2 & 1 \\ z & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Вот теперь и аналитически видно, что всё дело свелось к координатам двух векторов. Раскрываем определитель по первому столбцу, находим уравнение плоскости:

$$(x-1)\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - (y+2)\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + z\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(4+1)(x-1)-(2-1)(y+2)+(1+2)z=0$$

$$5(x-1)-(y+2)+3z=0$$

$$5x-5-y-2+3z=0$$

$$5x-y+3z-7=0$$

Больше ничего упростить нельзя, записываем:

Ответ: $5x-y+3z-7=0$

Задача 6. Составить уравнение прямой по точке $M(1;2)$ и направляющему вектору $\bar{p}(2;1)$

Решение: Уравнение прямой составим по формуле $\frac{x-x_0}{p_1}=\frac{y-y_0}{p_2}$. В данном случае:

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}$$

С помощью свойств пропорции избавляемся от дробей:

$$1\cdot(x-1)=2\cdot(y-2)$$

И приводим уравнение к общему виду:

$$x-1=2y-4$$

$$x-2y+3=0$$

Ответ: $x-2y+3=0$

Задача 7. Составить уравнение прямой по точке $M(0;-3)$ и направляющему вектору $\bar{p}(-7;5)$

Решение: *Уравнение прямой составим по формуле:*

$$\frac{x-x_0}{p_1}=\frac{y-y_0}{p_2}$$

$$\frac{x-0}{-7}=\frac{y-(-3)}{5}$$

$$5x=-7(y+3)$$

$$5x=-7y-21$$

$$5x+7y+21=0$$

Ответ: $5x+7y+21=0$

Задача 8. Составить уравнение прямой по точке $A(0;3)$ и направляющему вектору $\bar{j}(0;1)$.

Решение: *Используем формулу:*

$p_2 \cdot (x - x_0) = p_1 \cdot (y - y_0)$

$1 \cdot (x - 0) = 0 \cdot (y - 1)$

$x = 0$

Ответ: $x = 0$ *(ось ординат)*

Задача 9. Составить уравнение прямой по двум точкам $A\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right), B(-1;7)$.

Решение: Используем формулу:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$\frac{x - \frac{3}{2}}{-1 - \frac{3}{2}} = \frac{y - \frac{7}{3}}{7 - \frac{7}{3}}$$

Выполняем действия в знаменателях:

$$\frac{x - \frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = \frac{y - \frac{7}{3}}{\frac{14}{3}}$$

Применяем метод пропорции:

$$\frac{14}{3} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2} \cdot \left(y - \frac{7}{3}\right)$$

Именно сейчас удобно избавиться от дробных чисел. В данном случае нужно умножить обе части на 6:

$$6 \cdot \frac{14}{3} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2} \cdot 6 \cdot \left(y - \frac{7}{3}\right)$$

$$28 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = -15 \cdot \left(y - \frac{7}{3}\right)$$

Раскрываем скобки и решаем уравнение:

$28x - 42 = -15y + 35$

$28x - 42 + 15y - 35 = 0$

Ответ: $AB: 28x + 15y - 77 = 0$

УПРАЖНЕНИЯ:

2.6 Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3, y_3)$ треугольника.
Сделать чертеж и найти:

1. длину стороны AB;
2. внутренний угол A в радианах с точностью до 0,01;
3. уравнение высоты, проведенной через вершину C;
4. уравнение медианы, проведенной через вершину B;
5. точку пересечения медианы BE и высоты CD;
6. длину высоты, проведенной через вершину C.

1.	*A (4; 1)*	*B (-4; 7)*	*C (-3; 2)*
2.	*A (10; 0)*	*B (2; 6)*	*C (3; 1)*
3.	*A (8 ; 2)*	*B (0; 8)*	*C (1; 3)*
4.	*A (5 ; -1)*	*B (-3; 5)*	*C (-2; 0)*
5.	*A (6; 2)*	*B (-2; 8)*	*C (-1; 3)*
6.	*A (7; 3)*	*B (-1; 9)*	*C (0; 4)*
7.	*A (8; 3)*	*B (0; 9)*	*C (1; 4)*
8.	*A (12; -2)*	*B (4; 4)*	*C (5; -1)*
9.	*A (14; -1)*	*B (6; 5)*	*C (7; 0)*
10.	*A (9; 3)*	*B (1; 9)*	*C (2; 4)*

2.7 Составить уравнение прямой, проходящей через точки A(4; -7) и B(-2; 3).

2.8 Составить уравнение прямой, проходящей через точки M(8; 4) и K(-2; 1).

2.9 Составить уравнение прямой, проходящей через точки P(3; 7) и C(6; -4).

2.10 Привести уравнение прямой к каноническому виду $l: 3x + 7y – 42 = 0$

2.11 Вычислить длину отрезка прямой $l: 3x + 4y + 24 = 0$, заключенного между осями координат

2.12 На прямой $l: 2x + y – 2 = 0$ найдите точку M, равноудаленную от точек *A(0; 6), B(1;*

1. Составьте уравнение сферы с центром O (2; 3; 4) и радиусом R=5.

2. Точки A(7; -2; 4) и B(9; -8; 6) лежат на поверхности сферы и на прямой, проходящей через её центр. Составьте уравнение сферы.

Контрольные вопросы

1. Что называют сферой?

2. Вращением какой плоской фигуры можно подучить сферу?

3. Что называют диаметром сферы?

4. Какая фигура получается при пересечении сферы и плоскости, двух сфер?

5. Запишите уравнение сферы

Формы контроля самостоятельной работы: проверка преподавателем выполненных упражнений.

Раздел 3.
Основы математического анализа
Тема 3.1. Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции.

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Подготовка сообщения на тему «Замечательные пределы. Число е».
Подготовка сообщения на тему «Точки разрыва».

Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:

Определение: Конечное число А называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0, если для любого положительного числа ε можно указать такое положительное $\delta = \delta(\varepsilon)$, что для всех значений x, удовлетворяющих неравенству $0 < |x - x_0| < \delta$, соответствующие значения функции удовлетворяют неравенству $|f(x) - A| < \varepsilon$. Для обозначения такого предела используют символику:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$

В случае, когда функция непрерывна в точке a, ее предел при $x \to a$ равен значению функции в данной точке.

Пример: Найти предел функции

$$\lim_{x \to 3}(5x + 2x^2 - 10) = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 - 10 = 23$$

При решении задач полезно помнить следующие основные свойства пределов функций:

1. Предел постоянного числа равен самому этому числу.
2. Постоянный множитель можно выносить за знак предела
$$\lim_{x \to a}[c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \to a} f(x)$$
3. Предел суммы (или разности) функций равен сумме (или разности) их пределов, если оба предела являются конечными
$$\lim_{x \to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$
4. Предел произведения функций равен произведению их пределов, если оба предела являются конечными
$$\lim_{x \to a}[f(x)g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$
5. Предел отношения функций равен отношению их пределов, если оба предела являются конечными и знаменатель не обращается в нуль
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}, \textit{если} \lim_{x \to x_0} g(x) \neq 0$$

<u>Замечательные пределы</u>

- **Первый замечательный предел:**
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$
- **Второй замечательный предел:**
$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

Вычисление предела отношения двух многочленов в случае неопределенности $\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$

Пусть дана дробно-рациональная функция $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$, где $P(x)$ и $Q(x)$ некоторые многочлены. Тогда:

1. Если старшая степень числителя больше старшей степени знаменателя, то
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$$
2. Если старшая степень знаменателя больше старшей степени числителя, то
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$
3. Если старшие степени числителя и знаменателя равны, то
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{p}{q},$$

где p, q - числовые коэффициенты при наивысших степенях x числителя и знаменателя.

Пример:
$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x-2}{3x^2+x-2}$$

Решение:

В данном случае имеем неопределённость вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Старшие степени числителя и знаменателя одинаковы (равны двум), поэтому предел равен отношению их коэффициентов:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x-2}{3x^2+x-2}=\frac{1}{3}$$

УПРАЖНЕНИЯ:

3.1 Вычислите пределы.

а) $\mathrm{Lim}_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$ **б)** $\mathrm{Lim}_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2+x}$ **в)** $\mathrm{Lim}_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$ **г)** $\mathrm{Lim}_{x\to -3}\frac{3+x}{x^2-9}$

3.2 Вычислите пределы.

а) $\lim_{x\to 2}(x^3-2x^2+3x)$; б) $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+3x-2}$; в) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x+2}{2x^2+x-6}$;

г) $\lim_{x\to 0}\frac{4x^2-3x}{2x^2-9x}$; д) $\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+3x+1}{2x^2+x-1}$; е) $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-4x+1}{x^3+x^2-2x}$; ж) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$;

3.3 Вычислите пределы:

а) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{3x-5}$; б) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{7-x}$; в) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x+1}{\sqrt{3x^2+x-4}}$;

г) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-3x+5}{2x-7x^4}$; д) $\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3}{2x^3+\sqrt{2x-1}}$; е) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+x^5}{4-x^3}$;

ж) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-2x+10}{2-x^2}$; з) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-x}-x\right)$;

и) $\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}{9x^5+101}$; к) $\lim_{x\to\infty}\frac{(1-3x^{11})^3}{(8x^5+2)^7}$.

3.4 Подготовьте сообщение на тему «Замечательные пределы. Число е».

3.5 Подготовьте сообщение на тему «Точки разрыва».

<u>Форма контроля самостоятельной работы</u>: демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

<u>Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:</u>

Выполнение домашнего задания по теме 3.2.

Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:

Основные правила дифференцирования

Пусть *С* постоянная, $u(x), v(x)$ - дифференцируемые в точке x функции.

1. $C' = 0$;
2. $x' = 1$;
3. $(u \pm v)' = u' \pm u'$;
4. $(cu)' = cu'$;
5. $(uv)' = u'v \pm uv'$;
6. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v \neq 0$;

Формула производной функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \Psi(t), \end{cases} \quad y'_x = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \text{ или } y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Дифференцирование неявных функций.

Определение. Если зависимость y от x задается посредством соотношения $F(x,y) = 0$, где $F(x,y)$ - выражение, содержащее и x и y, то y называется неявной функцией от x. Для определения производной от неявно заданной функции нужно обе части уравнения $F(x,y) = 0$, продифференцировать по x, рассматривая y как функцию от x, а затем из полученного равенства выразить y'.

Алгоритм исследования функции

<u>1) Область определения функции Д(х)</u>
<u>2) четность, периодичность функции</u>
<u>3) Точки пересечения с осью ОХ</u>
<u>4) Точка пересечения с осью ОУ</u>
<u>5) Вертикальные асимптоты</u>
<u>6) Горизонтальные или наклонные асимптоты</u>
<u>7) Первая производная функции</u>
<u>8) Критические точки, интервалы монотонности и точки экстремума</u>
<u>9) Вторая производная функции</u>
<u>10) Интервалы выпуклости и точки перегиба</u>
<u>11) Значения функции в критических точках</u>
<u>12) Дополнительные (уточняющие) точки</u>
<u>13) График функции.</u>

Область определения функции

Областью определения функции f(x) называется множество значений аргумента x, при котором функция не теряет смысла.Обозначается область определения Д(х).

Для любого многочлена Д(х)=R, где R- множество действительных чисел.

Четность функции

Функция называется **четной,** если для любого **х** из ее области определения выполняется равенство: f(-x) = f(x).

График четной функции симметричен относительно оси ОУ.

Функция называется **нечетной**, если для любого **х** из ее области определения выполняется равенство: f(-x) = -f(x).

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Точки пересечения с осью ОХ

Если график пересекает ось ОХ, то функция f(x) в этой точке равна нулю.Чтобы найти точки пересечения графика с осью ОХ необходимо решить уравнение f(x)=0. Полученные значения x и есть точки пересечения графика с осью ОХ.

Точка пересечения с осью ОУ

Если график пересекает ось ОУ, то аргумент x в этой точке равен нулю. Чтобы найти точку пересечения графика с осью ОХ необходимо найти значение функции в точке x=0, то есть f(0).

Критические точки

Для того, чтобы найти критические точки необходимо: найти производную функции f'(x) и приравнять нулю. Полученные при решении уравнения значения x и будут критическими точками.

Проверка критических точек на экстремум и нахождение промежутков возрастания и убывания

Допустим мы нашли две критических точки x_1 и x_2.

Определим знаки производной при переходе через критические точки

Составим таблицу, предполагая, что на первом и последнем промежутке производная положительна, а на втором отрицательна (для примера).

x	$(-\infty; x_1)$	x_1	$(x_1; x_2)$	x_2	$(x_2;\infty)$
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$

Дополнительные точки

При необходимости для уточнения графика можно вычислить дополнительные точки. Для этого нужно найти значения функции в некоторых точках.

УПРАЖНЕНИЯ:

3.6 Найдите производную функции:

а) $y=10x^4-15x^6+\frac{2}{x}$; б) $y=(x^2-2x+3)(x^2+8x)$, в) $y=91x^2-\frac{5}{x^4}+8$;

г) $y=4x^5+\frac{2}{x^3}+5x$; д) $y=23x^4-x^3\sqrt{x}+\frac{1}{x}$; е) $y=21x^4-5x^6+9+x^5\sqrt{x}$;

ж) $y=\frac{12}{x}-7x^2+5$; з) $y=12x^7-x^4\sqrt{x}+5$; и) $y=6x^7-\frac{5}{x^3}+8$.

3.7 Найдите производную функции:

а) $y=\frac{4x}{x^3+4}$; б) $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$; в) $y=\frac{7x+2}{3x-4}$; г) $y=\frac{x^3-8}{2x^2+3}$.

3.8 Найдите производную функции, заданной неявно уравнением:

а) $2y=1+xy^3$; б) $e^y-\ln y=5e^x$; в) $e^y=x+y$.

3.9 Найдите производную y`(x) функции, заданной параметрически:

а) $\begin{cases} x=2t+3t^2 \\ y=t^2+2t^3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x=7\cos^2 t \\ y=-3\sin^2 t \end{cases}$; в) $\begin{cases} x=2t+3t^2 \\ y=t^2+2t^3 \end{cases}$

3.10 Найдите вторую производную функции:

а) $y=(5x^2-2)^6$; б) $y=(7-3x^3)^7$; в) $y=(1-6x^3)^5$; г) $y=(1-4x^2)^{10}$

3.11 Найдите асимптоты графиков функций:

а) $y=\frac{x}{5x-3}$; б) $y=\frac{x^3}{x^2+9}$; в) $y=\frac{3x^2}{x-1}$; г) $y=\frac{1-5x}{2x+3}$;

д) $y=\frac{x^2+1}{x^2-4}$; е) $y=\frac{-2}{(x+3)^2}$; ж) $y=\frac{x^4-1}{x^4+1}$.

3.12 Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты, определить выпуклость, построить график функции y = f(x), если:

а) $y=x^3-3x^2+4;$ б) $f(x)=\frac{x^2}{2x+3};$

в) $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{1}{3};$ г) $f(x)=\frac{x^2-1}{3x-5};$

Форма контроля самостоятельной работы*:* проверка преподавателем выполненных упражнений.

Тема 3.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной. Приложения определённого интеграла

Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Выполнение домашнего задания по теме 3.3.

Изучение темы «Интегрирование рациональных функций»

Подбор примеров применения определенного интеграла.

Составление справочного материала по теме «Интеграл».

Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:

.

При нахождении интегралов часто возникает необходимость вычисления дифференциала функции. ***Определение.*** Главная часть приращения функции, линейная относительно приращения независимой переменной, называется дифференциалом функции и обозначается знаком d, то есть, $dy=f'(x)\cdot dx$. Очевидно, ***чтобы вычислить дифференциал функции, нужно ее производную умножить на*** dx.

Идея интегрирования заключается в том, чтобы свести данный интеграл к одному из табличных интегралов. Поэтому, приступая к решению задач ознакомьтесь с таблицей интегралов.

1. $\int dx=x+c$	9. $\int\frac{dx}{\cos^2 x}=tg\,x+c$
2. $\int x^\alpha\cdot dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c,\ \alpha\neq-1$	10. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+c$
3. $\int\frac{dx}{x}=\ln\lvert x\rvert+c$	11. $\int\frac{dx}{1+x^2}=arctg\,x+c$
4. $\int e^x dx=e^x+c$	12. $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+c$

5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	13. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + c$
6. $\int \sin x\, dx = -\cos x + c$	14. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left\| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right\| + c$
7. $\int \cos x\, dx = \sin x + c$	15. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left\| \frac{x-a}{x+a} \right\| + c$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctg\, x + c$	

Формула Ньютона – Лейбница: $\int_a^b f(x) \cdot dx = F(b) - F(a)$.

Площадь криволинейной трапеции: $S = \int_a^b f(x) \cdot dx$.

УПРАЖНЕНИЯ:

3.13 Вычислите неопределенные интегралы:

а) $\int \left(4x^4 + 3x^2 - 2x + 5\right) dx$; б) $\int \left(6 - x - 2x^2 + 5x^4\right) dx$; в) $\int \left(3 + x - 3x^3 + 4x^5\right) dx$;

г) $\int \left(2x^6 - 3x^4 + 5x - 2\right) dx$; д) $\int \left(9x^6 - 2x^3 + 5x - 1\right) dx$; е) $\int \left(1 - 5x + 6x^5 - 7x^6\right) dx$;

ж) $\int \frac{4x^3 - 6x + 2}{3x} dx$; з) $\int \frac{7 - 2x^2 + 3x^4}{5x^3} dx$; и) $\int \frac{3 - x + 2x^4}{5x} dx$; к) $\int \frac{7x^2 - 3x - 1}{2x^2} dx$.

3.14 Вычислите неопределенные интегралы:

а) $\int (7x+5)^6 dx$; б) $\int \frac{x^2}{\sqrt{3 + 5x^3}} dx$; в) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$; г) $\int \frac{x^3}{1 + x^4} dx$;

д) $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$; е) $\int e^{2x+3} dx$; ж) $\int \frac{1}{\sqrt{3x + 5}} dx$; и) $\int \frac{\cos x}{2 - \sin(x)} dx$

3.15 Вычислите определенные интегралы:

а) $\int_1^2 \left(2x - 3x^2\right) dx$; б) $\int_0^7 \left(7 + \sqrt{x}\right) dx$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x\, dx$; г) $\int_1^2 \frac{dx}{x^4}$. д) $\int_0^2 \left(x^2 - 3\right) dx$

3.16 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4x - x^2$ и $y = 4 - x$; б) $y=x^2-1$, $y=2x-x^2$.

. Вычислите объём тела, полученного вращением криволинейной трапеции $0 \le y \le \sin x$, $0 \le x \le \pi$.

Вычислить объем тела, полученного вращением плоской фигуры вокруг одной из осей координат (сделать чертеж).

$y = x^3 - 4x$, ось OX.

3.17 Подготовьте сообщение на тему: «Интегрирование рациональных функций».
3.18 Подберите примеры применения определенного интеграла.
3.19 Составьте справочный материал по теме «Интеграл».

Форма контроля самостоятельной работы: демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

Раздел 4.
Обыкновенные дифференциальные уравнения, их виды и методы решения
Тема 4.1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка
Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение упражнений по теме 4.1.

УПРАЖНЕНИЯ:

4.1 Решить дифференциальные уравнения:

а) $\frac{dy}{x-1} - \frac{dx}{y-2} = 0$; б) $4xydx - (x^2+1)dy = 0$; в) $\frac{dy}{dx} - 2y - 3 = 0$;

г) $\frac{dy}{x^2} - \frac{dx}{y^2} = 0$; д) $(1+y)dx - (1-x)dy = 0$; е) $(x^2+1)dy - xydx = 0$;

4.2 Найти частные решения дифференциальных уравнений:

а) $xdy = 2ydx = 0$; *y(-2)=8;* б) $e^x dx - ydy = 0$; *y(0)=3;*

в) $y^2 dx - e^x dy = 0$; *при x=0 и y=1.*

Форма контроля самостоятельной работы: проверка преподавателем выполненных упражнений.

Тема 4.2 Дифференциальные уравнения 2-го порядка
Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение задач по теме 4.2.

Подготовка сообщений по теме «Применение дифференциальных уравнений»

Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:

Алгоритм решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

1. Записывают дифференциальное уравнение в виде
$y'' + py' + qy = 0.$
2. Составляют его характеристическое уравнение
$k^2 + pk + q = 0$
3. Вычисляют его дискриминант
$D = p^2 - 4q.$

а) Если $D > 0$, то уравнение имеет два разных корня k_1 и k_2, а общее решение записывается в виде
$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_2 x}$

б) Если $D = 0$, то уравнение имеет два корня $k_1 = k_2$, а общее решение записывается в виде

$y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$

в) Если $D < 0$, то уравнение имеет комплексные корни

$k_{1,2} = a \pm bi$, а общее решение записывается в виде $y = e^{ax}(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$.

УПРАЖНЕНИЯ:

4.3 Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - 5y' + 6y = 0$; б) $y'' + y' + y = 0$; в) $y'' - 2y' + y = 0$;

г) $y'' - 2y' + 3y = 0$; д) $y'' + 3y' = 0$; е) $y'' - 3y' + 2y = 0$;

ж) $y'' + 49y = 0$; з) $y'' - 4y' + 10y = 0$; и) $y'' - 8y' = 0$.

4.4 Подготовить сообщение по теме «Применение дифференциальных уравнений».

Форма контроля самостоятельной работы: демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

Дополнительный материал для подготовки к промежуточной аттестации в форме экзамена по дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики

Пример экзаменационного задания

Обязательная часть

1 (1 балл). Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 20 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 10 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2800 кв.м.

2 (1 балл). Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$

3 (1 балл). Вычислите 3A - 2B, если

$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

4 (1 балл). Продифференцируйте данную функцию: $y = \sqrt{x^2 - 4}$

5 (1 балл). Найдите вторую производную функции: $f(x) = (5x + 7)^4$

6 (1 балл). Укажите номер правильного ответа: *Если на некотором промежутке производная функции отрицательна, то функция на этом промежутке*

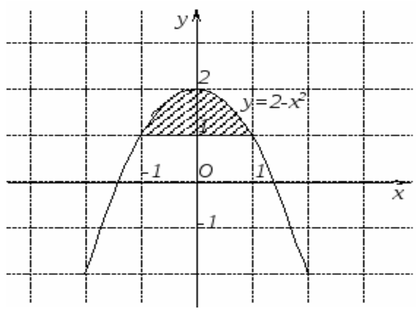
а) возрастает; б) убывает.

7 (1 балл). Найдите неопределенный интеграл $\int \left(7 - 8x + 4x^3 - 6x^5\right) dx$

8 (1 балл). Найдите неопределенный интеграл $\int \frac{x^3}{1 + x^4} dx$

9 (1 балл). Вычислите значение определенного интеграла: $\int_1^3 (3x - 5x^2) dx$

10 (1 балл). Вычислите площадь заштрихованной фигуры:



11 (1 балл). Напишите формулу Ньютона-Лейбница.
12 (1 балл). Найти минор и алгебраическое дополнение элемента a_{13}:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 \\ 1 & 7 & -1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

13 (1 балл). Вычислите предел: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}$
14 . (1 балл). Отметьте правильный ответ
Если существуют пределы функций f(x) и g(x) при x стремящемся к a, то существует также и предел их частного:

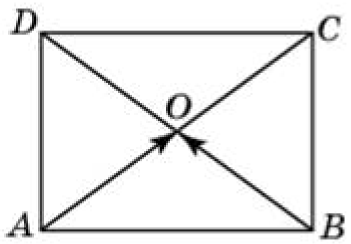
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x)$

б) $\lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$

в) $\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$

г) $k \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$

11. **(1 балл**). Составить уравнение прямой, проходящей через точки А(2; -4) и B(-3; 1).
12. **(1 балл).** Две стороны прямоугольника *ABCD* (см. рисунок) равны 13 и 8. Диагонали пересекаются в точке *O*. Найдите длину суммы векторов $\overrightarrow{BO}$ и $\overrightarrow{AO}$.



13. **(1 балл).** Найдите вертикальные асимптоты кривой

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

14. **(1 балл).** Решите дифференциальное уравнение: $(1 + y^2)dx = (1 + x^2)dy$.

Дополнительная часть

19 (3 балла). Вычислите: $D = C^2 - (A \times B)^т$, если

$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

20 (3 балла). Решить систему линейных уравнений (любым способом)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

21 (3 балла). Найти производную функции: $y = e^{\sin(2x-4)}$

22 (3 балла). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = 4 - x^2$ и $y = 2 - x$

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ СООБЩЕНИЯ В ФОРМЕ ПРЕЗЕНТАЦИИ

Презентация - это публичное выступление с использованием аудио -визуальных средств, уникальное мероприятие, где Вы можете непосредственно контактировать с людьми, где вы можете управлять их эмоциональным состоянием, мнением; видеть и ощущать их реакцию на Ваше выступление; это эффективный способ передачи информации.

Условно любую презентацию можно разделить на три блока:

- Подготовка презентации.
- Проведение.
- Послепрезентационные исследования.

Самый большой блок - подготовка. Именно ей следует уделять от 50 до 95% времени. Именно от качества подготовки презентации зависит её успех или провал.

Сценарий любой презентация строится по классическим законам композиции:

- Вступление-10-15% времени;
- Основная часть - 60-65%;
- Заключение - 20-30%

Важное правило: не стоит в своей презентации опираться только на слайды и зависеть от них. Основная «нагрузка» презентации лежит на Вас. Ваше выступление не должно пострадать даже в том случае, если техника даст сбой.

Типовые ошибки при проведении презентации, ведущие к провалу:

• Отсутствие предварительной подготовки • Не использование минуты безмолвия в начале выступления для установления контакта • Пренебрежение аудиторией • Затянутое вступление • Отсутствие зрительного контакта	• Невнятность и монотонность • Статичность или излишнее «метание» выступающего • Замена выступления слайд-шоу • Чтение с листа • Паузы и слова паразиты • Самореклама

с аудиторией • Внешний вид • Пренебрежение мимикой, позой и жестикуляцией . Тембр, темп и громкость речи • Плохая слышимость, видимость • Торопливость, медлительность речи	• Неуместное использование вспомогательных материалов • Отсутствие фактов, примеров • Отклонение от темы выступления • Не соблюдение регламента • Бессистемность и отсутствие выводов.

Если Вы хотите избежать ошибок и эффектно выступить, помните: без тщательной подготовки не обойтись! Важным фактором успеха становится и подведение итогов презентации. Полученный опыт подготовки и проведения презентации Вы сможете в дальнейшем использовать для своего профессионального и личностного роста.

Рекомендации по дизайну презентации

Рекомендации по оформлению и представлению на экране материалов различного вида.

Текстовая информация:

размер шрифта: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст);

цвет шрифта и цвет фона должны контрастировать (текст должен хорошо читаться), но не резать глаза;

тип шрифта: для основного текста гладкий шрифт без засечек (Arial, Tahoma, Verdana), для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем;

курсив, подчеркивание, жирный шрифт, прописные буквы рекомендуется использовать только для смыслового выделения фрагмента текста.

Графическая информация:

рисунки, фотографии, диаграммы призваны дополнить текстовую информацию или передать ее в более наглядном виде;

желательно избегать в презентации рисунков, не несущих смысловой нагрузки, если они не являются частью стилевого оформления;

цвет графических изображений не должен резко контрастировать с общим стилевым оформлением слайда;

иллюстрации рекомендуется сопровождать пояснительным текстом;

если графическое изображение используется в качестве фона, то текст на этом фоне должен быть хорошо читаем.

Анимация

Анимационные эффекты используются для привлечения внимания слушателей или для демонстрации динамики развития какого-либо процесса. В этих случаях использование анимации оправдано, но не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.

Звук

- звуковое сопровождение должно отражать суть или подчеркивать особенность темы слайда, презентации;

- фоновая музыка не должна отвлекать внимание слушателей и не заглушать слова докладчика.

Единое стилевое оформление

Стиль может включать: определенный шрифт (гарнитура и цвет), цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;

Не рекомендуется использовать в стилевом оформлении презентации более 3 цветов и более 3 типов шрифта;

Оформление слайда не должно отвлекать внимание слушателей от его содержательной части;

Все слайды презентации должны быть выдержаны в одном стиле;

Содержание и расположение информационных блоков на слайде

информационных блоков не должно быть слишком много (3-6);

рекомендуемый размер одного информационного блока — не более 1/2 размера слайда;

желательно присутствие на странице блоков с разнотипной информацией (текст, графики, диаграммы, таблицы, рисунки), дополняющей друг друга;

ключевые слова в информационном блоке необходимо выделить;

информационные блоки лучше располагать горизонтально, связанные по смыслу блоки — слева направо;

наиболее важную информацию следует поместить в центр слайда;

логика предъявления информации на слайдах и в презентации должна соответствовать логике ее изложения.

В тексте ни в коем случае не должно содержаться орфографических ошибок.

Рекомендации к содержанию презентации.

По содержанию:

На слайдах презентации не пишется весь тот текст, который произносит докладчик

Текст должен содержать только ключевые фразы (слова), которые докладчик развивает и комментирует устно.

По оформлению

На первом слайде пишется не только название презентации, но и имена авторов, руководителя проекта и дата создания.

Каждая прямая цитата, которую комментирует или даже просто приводит докладчик (будь то эпиграф или цитаты по ходу доклада) размещается на отдельном слайде, обязательно с полной подписью автора (имя и фамилия, инициалы и фамилия, но ни в коем случае – одна фамилия, исключение – псевдонимы). Допустимый вариант – две небольшие цитаты на одну тему на одном слайде, но не больше.

Все схемы и графики должны иметь названия, отражающие их содержание.

Подбор шрифтов и художественное оформление слайдов должны не только соответствовать содержанию, но и учитывать восприятие аудитории. Например, сложные рисованные шрифты часто трудно читаются, тогда как содержание слайда должно восприниматься все сразу – одним взглядом.

На каждом слайде выставляется колонтитул, включающий фамилию автора и/или краткое название презентации и год создания, номер слайда.

В конце презентации представляется список использованных источников, оформленный по правилам библиографического описания.

Правила хорошего тона требуют, чтобы последний слайд содержал выражение благодарности тем, кто прямо или косвенно помогал в работе над презентацией.

Кино и видеоматериалы оформляются титрами, в которых указываются:

- название фильма (репортажа),
- год и место выпуска,
- авторы идеи и сценария,
- руководитель проекта.

Общие правила оформления презентации

Титульный лист

1. Название презентации.
2. Автор: ФИО, студента, Автономное учреждение, год.
3. Логотип Автономного учреждения.

Второй слайд «Содержание» - список основных вопросов, рассматриваемых в содержании. Лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

Заголовки

1. Все заголовки выполнены в едином стиле (цвет, шрифт, размер, начертание).
2. В конце точка не ставится.
3. Анимация, как правило, не применяется.

Текст

1. Форматируется по ширине.
2. Размер и цвет шрифта подбираются так, чтобы было хорошо видно.
3. Подчеркивание не используется, т.к. оно в документе указывает на гиперссылку.
4. Элементы списка отделяются точкой с запятой. В конце обязательно ставится точка.

Обратите внимание - после двоеточия все элементы списка пишутся с маленькой буквы! Если список начинается сразу, то первый элемент записывается с большой буквы, далее - маленькими.

5. На схемах текст лучше форматировать по центру.
6. В таблицах – по усмотрению автора.
7. Обычный текст пишется без использования маркеров списка.
8. Выделяйте главное в тексте другим цветом (желательно все в едином стиле).

Графика

1. Используйте четкие изображения с хорошим качеством.
2. Лучше растровые изображения (в формате jpg) заранее обработать в любом графическом редакторе для уменьшения размера файла. Если такой возможности нет, используйте панель «Настройка изображения».

Анимация

Используйте только в том случае, когда это действительно необходимо. Лишняя анимация только отвлекает.

Список литературы

1) Фамилия и инициалы автора;
2) Заглавие документа (книги, статьи из журнала, газеты, сборника научных статей и пр.);
3) Общее обозначение материала;
4) Сведения, относящиеся к заглавию (наличие частей, томов, выпусков, жанр, вид издания, перевод и т.д.);
5) Сведения об ответственности: фамилии авторов, составителей, редакторов, переводчиков, иллюстраторов и др.;
6) Данные о повторности издания;
7) Место издания;
8) Издательство;
9) Год издания;
10) Количество или интервал страниц.

Интернет-ресурсы:

Для правильной работы презентации все вложенные файлы (документы, видео, звук и пр.) размещайте в ту же папку, что и презентацию.

Правила оформления презентаций

1.Общие требования к смыслу и оформлению:

Всегда необходимо отталкиваться от целей презентации и от условий прочтения.

2.Общий порядок слайдов:

-Титульный;

-План презентации (практика показывает, что 5-6 пунктов - это максимум, к которому не следует стремиться);

-Основная часть;

-Заключение (выводы);
-Спасибо за внимание (подпись).

Форма контроля и критерии оценки

Презентацию необходимо предоставить для проверки в электронном виде.

«Отлично» - если презентация выполнена аккуратно, примеры проиллюстрированы, полностью освещены все обозначенные вопросы.

«Хорошо» - работа содержит небольшие неточности.

«Удовлетворительно» - презентация выполнена неаккуратно, не полностью освещены заданные вопросы.

«Неудовлетворительно» - работа выполнена небрежно, не соблюдена структура, отсутствуют иллюстрации.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ.

1. Матрицы и их виды. Операции над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.

2. Решение упражнений на выполнение операций над матрицами и нахождение обратной матрицы.

3. Определители, их свойства. Вычисление определителей 2-го, 3-го и n-го порядков. Минор, алгебраическое дополнение.

4. СЛАУ, их виды и решение. Теорема Крамера. Метод Гаусса.

5. Прямоугольные координаты в пространстве. Векторы и простейшие действия над ними. Модуль вектора.

6. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства.

7. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве.

8. Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

9. Кривые 2-го порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Геометрические свойства кривых 2-го порядка. Построение кривых 2-го порядка.

10. Числовые последовательности. Предел последовательности, свойства предела. Бесконечно малые и бесконечно большие величины, связь между ними.

11. Предел функции в точке. Единственность предела. Первый и второй замечательные пределы. Односторонние пределы.

12. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность элементарных функций.

13. Вычисление пределов элементарных функций. Вычисление пределов сложных функций.

14. Производная, ее геометрический смысл. Правила дифференцирования функций и производные элементарных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл.

15. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Правило Лопиталя.

16. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Исследование функции с помощью первой производной. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

17. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.

18. Общая схема исследования функции и построение графиков функций.

19. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.

20. Основные методы интегрирования (замена переменных, интегрирование по частям).

21. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница.

22. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

23. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длины дуги, объема тела; площади поверхности вращения.

24. Физические приложения определенного интеграла: вычисление координат центра тяжести, работы и давления.

25. Функции нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал.

26. Частные производные и полный дифференциал.

27. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

28 Приложение интегралов.

29. Определение обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее и частное решения. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.

30. Однородные уравнения 1-го порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные однородные и линейные неоднородные уравнения 1 - го порядка.

31. Определение дифференциальных уравнений 2-го порядка. Общее и частное решения.

32. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

33. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентам

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

Основные источники:

1. Богомолов Н.В.. Практические занятия по математике: Учебное пособие. - М. Высшая школа, 2012;
2. Колягин Ю.М. , Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика в 2-х томах Учебное пособие - М. Новая волна, 2010;
3. Подольский В. А. Сборник задач по математике: Учебное пособие. - М. Высшая школа, 2012;

Дополнительные источники:

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М. Ростникга, 2007.
2. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов – учебник для вузов – М.: Юнити, 2011 г.
3. Соловейчик И.Л., Лисичкин В.Т. Сборник задач по математике: Учебное пособие- М. Высшая школа , 2012 г.;
4. Щипачев В.С. Задачи по высшей математике – учебное пособие - М., Высшая школа, 2010;

Интернет-ресурсы:

1. Федеральный портал «Российское образование» http://www.edu.ru/;
2. Федеральный портал «Российский портал открытого образования»;
3. Сетевая энциклопедия Википедия http://ru.wikipedia.org/;
4. Интернет – университет http://www.intuit.ru/

Журналы:

1. "Сибирский журнал вычислительной математики"
2. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"

1.