Министерство общего и профессионального образования Свердловской области
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Свердловской области
«Ирбитский мотоциклетный техникум» (ГАПОУ СО «ИМТ»)

**ОСНОВНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
09.02.04 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ (ПО ОТРАСЛЯМ)**

МЕТОЧИСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН. 02. Элементы математической логики

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧСЕСКИХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН. 02. **Элементы математической логики**
для специальности среднего профессионального образования
09.02.04 Информационные системы (по отраслям)

Разработчик И.В. Кротова, преподаватель ГАПОУ СО «ИМТ»

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине ЕН. 02. **Элементы математической логики** разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 14 мая 2014 г. № 525, предназначен для определения качества освоения обучающимися учебного материала, является частью основной профессиональной образовательной программы в целом и учебно-методического комплекса (УМК) дисциплины.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания для студентов по выполнению практических работ по дисциплине ЕН.02 Элементы математической логики предназначены для студентов специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям). Составлены в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины ЕН.02 на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям).

Методические указания разработаны **с целью** создания учебно-методического обеспечения реализации дисциплины ЕН.02 Участие в организации производственной деятельности структурного подразделения в ГАПОУ СО «ИМТ».

Выполнение практических работ позволяет закрепить и систематизировать теоретические знания и приобрести практические навыки по отдельным темам, формировать навыки самостоятельной работы у студентов, а также учебно-познавательные и социально-трудовые компетенции.

Методические указания содержат: требования к оформлению отчёта по практическим работам, перечень практических работ и инструкционные карты к выполнению работ. Количество практических работ и их тематика соответствуют рабочей программе по ЕН.02.

Каждая инструкционная карта содержит тему и цель работы, обеспечение занятия, содержание работы, контрольные вопросы для закрепления материала по соответствующей теме.

Методические указания созданы в помощь для работы на занятиях, подготовки к практическим работам, правильного составления отчетов.

Приступая к выполнению практической работы, необходимо внимательно прочитать цель и задачи занятия, краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения зачета по дисциплине, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую необходимо найти время для ее выполнения или пересдачи.

Правила выполнения практических работ

1. Студент должен прийти на практическое занятие подготовленным к выполнению практической работы.
2. После проведения практической работы студент должен представить отчет о проделанной работе.
3. Отчет о проделанной работе следует выполнять тетради по практическим работам.

Оценку по практической работе студент получает, если:
- студентом работа выполнена в полном объеме;
- студент может пояснить выполнение любого этапа работы;
- отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы;
- студент отвечает на контрольные вопросы на удовлетворительную оценку и выше.

Зачет по выполнению практических работ студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой практических работ после сдачи журнала с отчетами по работам и оценкам.

Внимание! Если в процессе подготовки к практическим работам или при решении задач возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удается, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений или указаний в дни проведения дополнительных занятий.

Порядок выполнения отчета по практической работе

1. Ознакомиться с теоретическим материалом по практической работе.
2. Выполнить предложенное задание согласно варианту по списку группы.
3. Продемонстрировать результаты выполнения предложенных заданий преподавателю.
4. Составить по практической работе отчет.

Практическая работа № 1

Тема: Проверка суждений на принадлежность к высказываниям.

Цель работы: овладеть навыками выполнения действий над логическими операциями.

Задание:

ЗАДАНИЕ №1

Построить таблицу истинности логических формул

Задание 1	Задание 2
$A \wedge (B \leftrightarrow A \vee B)$	$\overline{(A \wedge B)} \rightarrow (C \vee \overline{B})$

Пример

1. Проверить правильность суждений средствами логики суждений: «Если человек осужден судом, то он лишается избирательных прав. Если человек признан невменяемым, то он также лишается избирательных прав. Следовательно, если человек обладает избирательным правом, то он здоров и не был осужден судом».

Решение.

A - человек осужден судом.

B - человек признан невменяемым.

C – человек лишается избирательных прав.

$$[(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)] \rightarrow [\overline{C} \rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{B})] = \overline{(\overline{A} \vee C) \vee (\overline{B} \vee C)} \vee C \vee (\overline{A} \wedge \overline{B}) =$$

$$= \overline{\overline{A} \vee \overline{B} \vee C} \vee C \vee \overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{(\overline{A} \vee \overline{B}) \vee C} \vee C \vee \overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} \wedge \overline{C} \vee C \vee \overline{A} \wedge \overline{B} =$$

$$= A \wedge B \wedge \overline{C} \vee C \vee (\overline{A} \wedge \overline{B}) = A \wedge B \wedge \overline{C} \vee \overline{\overline{C} \wedge (A \wedge B)} = A \wedge B \wedge \overline{C} \vee \overline{A \wedge B \wedge \overline{C}} = 1$$

Следовательно. Суждение верно.

Задание №2

1. Проверить правильность суждений средствами логики суждений: «Иванов утверждает, что не встречал этой ночью Сидорова. Если Иванов не встречал Сидорова этой ночью Сидорова, то либо Сидоров был убийцей, либо Иванов лжет. Если Сидоров не был убийцей, то Иванов не встречал его этой ночью, а убийство было совершено после полуночи. Если убийство было совершено после полуночи, то либо Сидоров был убийцей, либо Иванов лжет. Следовательно, убийцей был Сидоров».

2. Проверить правильность суждений средствами логики суждений: «Если бы он не пошел в кино, то он не получил бы двойки. Если бы он подготовил домашнее задание, то не пошел бы в кино. Он получил двойку. Значит, он не подготовил домашнее задание».

3. На складе совершено хищение. Подозрение пало на трех человек: a, b и c, они были доставлены для допроса. Установлено следующее:

- Никто, кроме a, b, c, не был замешан в деле.
- a никогда не ходит на дело, по крайне мере, без одного соучастника.
- c не виновен.

- Виновен ли b?

4 По подозрению в совершенном преступлении задержали Иванова, Петрова и Сидорова. Один из них был уважаемым в городе стариком, другой малоизвестным чиновником, третий – известным мошенником. В процессе следствия старик говорил правду, мошенник лгал, а третий задержанный в одном случае говорил правду, а в другом – ложь. Вот, что они утверждали:

Иванов: Я совершил это. Петров не виноват.

Петров: Иванов не виноват. Преступление совершил Сидоров.

Сидоров: Я не виноват. Виноват Иванов.

Требуется определить фамилии старика, мошенника и чиновника, и кто из них виноват, если известно, что преступник только один.

Практическая работа №2
Тема: Составление высказываний

1.

Пусть X , Y и Z обозначают соответственно высказывания: «Тимофей любит шахматы», «Тимофей любит футбол», «Тимофей любит баскетбол». Требуется записать высказывание: «Тимофей любит шахматы и неверно, что он любит футбол или баскетбол» в символической форме и указать соответствующую таблицу истинности.

2.

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

A /\ ¬ (¬B \/ C)

1) ¬A \/ ¬B \/ ¬C
2) A /\ ¬B /\ ¬C
3) A /\ B /\ ¬C
4) A /\ ¬B /\ C

3.

Постройте таблицу истинности для логического выражения:

1)A=>B<=> ¬A \/ B

Ответ:

4.Определите истинность следующего высказывания: «За окном светит солнце, и нет дождя».

5.Определите истинность следующего высказывания: «Гости смеялись, шутили и не расходились по домам».

6.На языке алгебры логики составьте истинное тождество, соответствующее заданному условию задачи:

Школьника, Миша, остававшийся в классе на перемене, был вызван к директору по поводу разбитого в это время окна в кабинете. На вопрос директора о том, кто это сделал, мальчик ответили следующее: «Я не бил окно, и Коля тоже…»

Известно, что он либо сказал чистую правду, либо в одной части заявления соврал, а другое его высказывание истинно, либо оба факта исказил.

Практическая работа № 3

Проверка высказываний на истинность

1. Составить таблицу истинности для формулы И–НЕ, которую можно записать так: $\neg(A \& B)$.

2. Составить таблицу истинности логического выражения $C = \neg A \& B \vee A \& \neg B$.

3. Составьте таблицу истинности для формулы логики высказываний $(\sim p \leftrightarrow \sim q) \vee (q \leftrightarrow r)$, упорядочить знаки логических операций "по старшинству":↔, →, ∨, ∧, ~ .

4. Составьте таблицу истинности для формулы логики высказываний $(p \wedge q) \to r$ и определите, является ли она тавтологией, противоречием или ни тем, ни другим.

5. Доказать $A \to (B \wedge C)$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ ½= $\overline{A}$. Для этого построим таблицу истинности высказываний $A \to (B \wedge C)$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ и $\overline{A}$.

Практическая работа № 4, 5

Тема: Выполнение логических операций над высказываниями.

Цель: Получение практических навыков построения формул логики высказываний, анализа их свойств.

Материальное обеспечение: практическая работа.

Общие теоретические положения

Основным понятием математической логики является понятие «простого высказывания». Под высказыванием обычно понимают всякое повествовательное предложение, утверждающее что-либо о чем-либо, и при этом мы можем сказать, истинно оно или ложно в данных условиях места и времени. Логическими значениями высказываний являются «истина» и «ложь».

Примеры высказываний.

1) Москва стоит на Неве.
2) Лондон — столица Англии.
3) Сокол не рыба.
4) Число 6 делится на 2 и на 3.

Высказывания 2), 3), 4) истинны, а высказывание 1) ложно.

Очевидно, предложение «Да здравствует Россия!» не является высказыванием.

Различают два вида высказываний.

Высказывание, представляющее собой одно утверждение, принято называть простым или элементарным. Примерами элементарных высказываний могут служить высказывания 1) и 2).

Высказывания, которые получаются из элементарных с помощью грамматических связок «не», «и», «или», «если .... то ...», «тогда и только тогда», принято называть сложными или составными.

Так, высказывание 3) получается из простого высказывания «Сокол - рыба» с помощью отрицания «не», высказывание 4) образовано из элементарных высказываний «Число 6 делится на 2», «Число 6 делится на 3», соединенных союзом «и».

Аналогично сложные высказывания могут быть получены из простых высказываний с помощью грамматических связок «или», «тогда и только тогда».

В алгебре логики все высказывания рассматриваются только с точки зрения их логического значения, а от их житейского содержания отвлекаются. Считается, что каждое высказывание либо истинно, либо ложно и ни одно высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

Элементарные высказывания обозначаются малыми буквами латинского алфавита: *x, y, z, ..., a, b, c, ...;* истинное значение высказывания цифрой 1, а ложное значение - буквой цифрой 0.

Если высказывание a истинно, то будем писать $a = 1$, а если a ложно, то $a = 0$.

Логические операции над высказываниями

Отрицание.

Отрицанием высказывания x называется новое высказывание $\bar{x}$, которое является истинным, если высказывание x ложно, и ложным, если высказывание x истинно.

Отрицание высказывания x обозначается $\bar{x}$ и читается *«не x»* или *«неверно, что x»*.

Логические значения высказывания $\bar{x}$ можно описать с помощью таблицы.

x	$\bar{x}$
0	1
1	0

Таблицы такого вида принято называть таблицами истинности.

Пусть x высказывание. Так как $\bar{x}$ также является высказыванием, то можно образовать отрицание высказывания $\bar{x}$, то есть высказывание $\bar{\bar{x}}$, которое называется двойным отрицанием высказывания x. Ясно, что логические значения высказываний x и $\bar{\bar{x}}$ совпадают.

Например, для высказывания «Путин президент России» отрицанием будет высказывание «Путин не президент России», а двойным отрицанием будет высказывание «Неверно, что Путин не президент России».

Конъюнкция.

Конъюнкцией (логическим умножением) двух высказываний x и y называется новое высказывание, которое считается истинным, если оба высказывания *x и y* истинны, и ложным, если хотя бы одно из них ложно.

Конъюнкция высказываний *x и y* обозначается символом *x&y* ($x \wedge y$, *xy*) , читается *«x и y»* . Высказывания *x* и *y* называются членами конъюнкции. Логические значения конъюнкции описываются следующей таблицей истинности:

x	y	xy
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, для высказываний «6 делится на 2», «6 делится на 3» их конъюнкцией будет высказывание «6 делится на 2 и 6 делится на 3», которое, очевидно, истинно.

Из определения операции конъюнкции видно, что союз «и» в алгебре логики употребляется в том же смысле, что и в повседневной речи. Но в обычной речи не принято соединять союзом «и» два высказывания далеких друг от друга по содержанию, а в алгебре логики рассматривается конъюнкция двух любых высказываний.

Дизъюнкция

Дизъюнкцией (логическим сложением) двух высказываний x и y называется новое высказывание, которое считается истинным, если хотя бы одно из высказываний *x, y* истинно, и ложным, если они оба ложны. Дизъюнкция высказываний *x, y* обозначается символом *«x V y»* , читается *«x или y»* . Высказывания *x, y* называются членами дизъюнкции. Логические значения дизъюнкции описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

В повседневной речи союз «или» употребляется в различном смысле: исключающем и не исключающем. В алгебре логики союз «или» всегда употребляется в не исключающем смысле.

Импликация.

Импликацией двух высказываний x и y называется новое высказывание, которое считается ложным, если x истинно, а y - ложно, и истинным во всех остальных случаях. Импликация высказываний *x, y* обозначается символом $x \rightarrow y$, читается *«если x, то y» или «из x следует y»*. Высказывание *x* называют условием или посылкой, высказывание *y* - следствием или заключением, высказывание $x \rightarrow y$ следованием или импликацией.

Логические значения операции импликации описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Употребление слов «если .... то ...» в алгебре логики отличается от употребления их в обыденной речи, где мы, как правило, считаем, что, если высказывание *x* ложно, то высказывание *«Если x, то y»* вообще не имеет смысла. Кроме того, строя предложение вида *«если x, то y»* в обыденной речи, мы всегда подразумеваем, что предложение *y* вытекает из предложения x . Употребление слов «если ..., то ...» в математической логике не требует этого, поскольку в ней смысл высказываний не рассматривается.

Импликация играет важную роль в математических доказательствах, так как многие теоремы формулируются в условной форме *«Если x, то y»*. Если при этом известно, что x истинно и доказана истинность импликации $x \to y$, то мы вправе сделать вывод об истинности заключения y .

Эквивалентность.

Эквивалентностью двух высказываний x и y называется новое высказывание, которое считается истинным, когда оба высказывания *x, y* либо одновременно истинны, либо одновременно ложны, и ложным во всех остальных случаях.

Эквивалентность высказываний *x, y* обозначается символом $x \leftrightarrow y$, читается *«для того, чтобы x, необходимо и достаточно, чтобы y» или «x тогда и только тогда, когда y»*. Высказывания *x, y* называются членами эквивалентности.

Логические значения операции эквивалентности описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Эквивалентность играет важную роль в математических доказательствах. Известно, что значительное число теорем формулируется в форме необходимых и достаточных условий, то есть в форме эквивалентности. В этом случае, зная об истинности или ложности одного из двух членов эквивалентности и доказав истинность самой эквивалентности, мы заключаем об истинности или ложности второго члена эквивалентности.

Задание к работе:

1. Установить логическую структуру следующих предложений и записать их на языке логики высказываний:

- Если металл нагревается, он плавится.
- Неправда, что философские споры неразрешимы.
- Деньги - продукт стихийного развития товарных отношений, а не результат договоренности или какого-либо иного сознательного акта.

2. Записать логической формулой следующие высказывания:

а) если на улице дождь, то нужно взять с собой зонт или остаться дома;

б) если - прямоугольный и стороны - равны, то

3. Проверить истинность высказывания:

а) Чтобы завтра пойти на занятия, я должен встать рано. Если я сегодня пойду в кино, то лягу спать поздно. Если я лягу спать поздно, то встану поздно. Следовательно, либо я не пойду в кино, либо не пойду на занятия.

б) Я пойду либо в кино, либо в бассейн. Если я пойду в кино, то получу эстетическое удовольствие. Если я пойду в бассейн, то получу физическое удовольствие. Следовательно, если я получу физическое удовольствие, то не получу эстетического удовольствия.

4. . На вопрос: «Кто из трех студентов изучал дискретную математику?» получен верный ответ: «Если изучал первый, то изучал и третий, но неверно, что если изучал второй, то изучал и третий». Кто изучал дискретную математику?

5. Определите, кто из четырех студентов сдал экзамен, если известно:

   если первый сдал, то и второй сдал;
   если второй сдал, то третий сдал или первый не сдал;
   если четвертый не сдал, то первый сдал, а третий не сдал;
   если четвертый сдал, то и первый сдал.

Практическая работа № 6, 7

Тема: Составление таблиц истинности для простых и сложных высказываний с 2 и 3 переменными

1. **Составим таблицу истинности для формул**

$$x \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x$$

$$\underline{x \vee \underline{y}} \cdot (\underline{x} \cdot y)$$

$$x \vee y \vee x \cdot z$$

B<=> A\/B\/A

(A/\B) /\ (B/\A) =>A<=>B

Практическая работа № 8

Тема: Решение Логических задач

Пример. В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.
Известно, что:

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе, а из условий 3 и 5, что Браун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструменты Брауна — альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит			0	0		0
Вессон			0	0		

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки "Вессон" можно заполнить нулями:

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Из таблицы видно, что играть на флейте и на гобое может только Смит.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0	1	0	0	1	0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Ответ: Браун играет на альте и кларнете, Смит — на флейте и гобое, Вессон — на скрипке и трубе.

Задача 1 Три одноклассника — Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего — регби.

Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги.
Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен.
Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.

Задача 2. Три дочери писательницы Дорис Кей — Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств — пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго.
Известно, что:

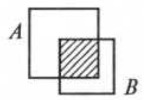
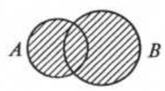
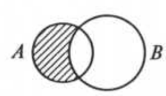
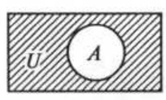
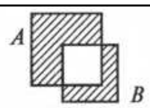
1. Джуди живет не в Париже, а Линда — не в Риме;
2. парижанка не снимается в кино;
3. та, кто живет в Риме, певица;
4. Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис, и какова ее профессия?

Практическое занятие № 9

Тема: Решение задач на нахождение пересечения, объединения и вычитания множеств

Основные операции над множествами

Название операции	Обозначение	Изображение кругами Эйлера	Определение	Символическая запись
Пересечение множеств	$A \bigcap B$		Те и только те элементы, которые принадлежат *одновременно А* и *В*	$A \bigcap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$
Объединение множеств	$A \bigcup B$		Те и только те элементы, которые принадлежат *хотя бы одному* из множеств *А* и *В*	$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$
Разность множеств	$A \backslash B$		Те и только те элементы множества *А*, которые *не* принадлежат *В*	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$
Дополнение к множеству *А*	$\overline{A} = A' = U \setminus A$		Те и только те элементы, которые *не* принадлежат множеству *А* (т. е. дополняют его до универсального *U)*	$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} = U \setminus A$
Симметрическая разность	$A \Delta B$		Те и только те элементы, которые принадлежат одному из множеств: *А либо В,* но не являются общими элементами	$A \Delta B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A) = (A \bigcup B) \setminus (A \bigcap B)$

Рассмотрим применение основных операций над множествами.

1. Известно, что $x \in A$. Следует ли из этого, что $x \in A \cap B$.
2. Известно, что $x \in A \cap B$. Следует ли из этого, что $x \in A$.
3. Известно, что $x \in A$. Следует ли из этого, что $x \in A \cup B$.
4. Известно, что $x \in A \cup B$. Следует ли из этого, что $x \in A$?
5. Найдите пересечение и объединение множеств *А* и *В,* если:

а) $A = \{$a, в, c, d, e, f$\}$, $B = \{$в, e, f, k$\}$.
б) $A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}$, $B = \{17, 26, 58, 5, 39, 81\}$.

6. Из каких элементов состоит пересечение и объединение множества букв в слове «математика» и множества букв в слове «информатика»?
7. Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение множеств решений неравенств, в которых x - действительное число:
а) $x \ge 5$ и $x < -7,5$; б) $x > -3,7$ и $x \le 4$;
в) $-2 < x < 4$ и $x \ge -1$; г) $-7 \le x \le 5$ и $-6 \le x \le 2$.
8. Начертите по две фигуры, принадлежащие пересечению и объединению множеств C и D, если:
а) C - множество ромбов, D - множество прямоугольников,
б) C- множество равнобедренных треугольников, D - множество прямоугольных треугольников.

Практическое занятие № 10.

Тема: Решение задач на нахождение дополнения и декартово произведение множеств.

Декартово (прямое) произведение множеств

Пусть X и Y - некоторые множества и $x \in X$, $y \in Y$. Располагая элементы x и y в определенном порядке, например, считая x первым элементом, а y вторым, мы получим упорядоченную пару (x,y). Элемент x называют первой координатой упорядоченной пары (x,y), а элемент y - второй координатой. Две упорядоченные пары считаются равными тогда и только тогда, когда равны их первые и вторые координаты, т.е. $(x,y)=(u,v)$ тогда и только тогда, когда $x=u$ и $y=v$.
Некоторые объекты в математике, имеющие важное теоретическое и прикладное значение, являются упорядоченными парами (система координат).
Пример 1. Рассмотрим уравнение $x^2-y=1$. Его решением является упорядоченная пара (x_0, y_0) такая, что $x_0^2-y_0=1$. Упорядоченные пары (1,0), (2,3), (3,8), (-2,3), являются решениями. Пара (3, 2) не является решением, так как $3^2-2 \ne 1$.
Декартовым или прямым произведением множества X на множество Y называется множество всех упорядочение пар (x,y), где $x \in X$, $y \in Y$. Обозначается прямое произведение символом $X \times Y$. Таким образом, $\underline{\boldsymbol{X \times Y=\{(x,y) | x \in X \text{ и } y \in Y\}}}$.
По определению полагают, что $X \times \varnothing = \varnothing$, $\varnothing \times Y = \varnothing$.
Декартово произведение множества X на себя называют **декартовым (или прямым) квадратом.** При этом полагают $X \times X = X^2$ Имеем: $X^2=\{(x,y) | x \in X,\ y \in X\}$.
Пример 2. Пусть $X=\{a,b,c\}$, $Y=\{1,2\}$. Зададим множество $X \times Y$ перечислением его элементов. Имеем $X \times Y=\{(a,1), (a,2), (b,1), (b,2), (c,1), (c,2)\}$. Перемножим множества X и Y в обратном порядке: $Y \times X=\{(1,a), (2,a), (1,b), (2,b), (1,c), (2,c)\}$. Замечаем, что $X \times Y \ne Y \times X$. Следовательно, декартово произведение не обладает свойством коммутативности.
Свойства, связывающие рассмотренные выше операции над множествами с операцией декартова произведения.
$(X \cup Y) \times Z=(X \times Z) \cup (Y \times Z)$; (1)
$X \times (Y \cup Z)=(X \times Y) \cup (X \times Z)$; (2)
дистрибутивность прямого произведения относительно пересечения:
$(X \cap Y) \times Z=(X \times Z) \cap (Y \times Z)$; (3)
$X \times (Y \cap Z)=(X \times Y) \cap (X \times Z)$; (4)
дистрибутивность прямого произведения относительно вычитания:
$(X \setminus Y) \times Z=(X \times Z) \setminus (Y \times Z)$; (5)
$X \setminus (Y \setminus Z)=(X \times Y) \setminus (X \times Z)$. 6)

1. Пусть даны множества $A_1=\{2, 3\}$; $A_2=\{3, 4, 5\}$; $A_3=\{7, 8\}$. Декартово произведение $A_1 \times A_2 \times A_3 =$
2. Декартово произведение множеств $A_1=\{1;2\}$, $A_2=\{3;4\}$, $A_3=\{5;6;7\}$ имеет вид: $A_1 \times A_2 \times A_3=$
3. *Найдите декартово произведение множеств A и B, если:*
а) $A = \{m; p\}$, $B= \{e, f, k\}$,
б) $A = B=\{3, 5\}$.

4. Изобразите на координатной плоскости декартово произведение $A \times B$, если:
а)A= {1,2,3} ,B=[3,5];
б) A=[1,3], B=[3,5];
в)A=R, B=[3,5];
г)A=R, B=R.
5. *Найти дополнение множества В до множества А (B'_A). Дано А = {1, 2, 3, 4, 5}, а В = {2,4}.*
6. Найди дополнение множества *В = {1, 2, 3}* до множества *А ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}*. Получим множество B_A'=.
7. Пусть А = {1,2,3} и В = { a, b} . Найти декартовы произведения А×В и В×А. Найти мощности этих декартовых произведений.

Практическая работа №11.

Тема: Решение задач на нахождение числа элементов в объединении и разности конечных множеств.

Объединение двух конечных непересекающихся множеств находят:

Например, если А = {x, y, z}, а В = {k,l,m,p}, то А∪В ={x, y,z,k,l,m,p}. Чтобы ответить на вопрос: «Сколько элементов в полученном множестве?», достаточно пересчитать их.

А как определить число элементов в объединении конечных множеств, не образуя его и не обращаясь к пересчету элементов?

Условимся предложение «Множество А содержит а элементов» записывать в таком виде: n(A) = a.

Например, если А = {x, y,z}, то утверждение «Множество А содержит три элемента можно записать так:n(A) = 3.

Можно доказать, что в множестве А содержится а элементов, а в множестве В – b элементов и множества А и В не пересекаются, то в объединении множеств А и В содержится a +b элементов, т.е.

n(A∪B) = n(A) + n(B) = в + b.(1)

Это правило нахождения числа элементов в объединении двух конечных непересекающихся множеств, его можно обобщить на случай попарно непересекающихся множеств, т.е. если множества $A_1, A_2, \ldots, At$ попарно не пересекаются, то$n(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup At) = n(A_1) + n(A_2) + \ldots + n(At)$.

Для выше описанных множеств n(A) = 3,n(B) = 4. Видим, что А∩ В = . Тогда n(A∪B) =n(A) +n(B) = 3 + 4 = 7.

Нетрудно убедиться в том, что если В ⊂ А, то **n (B´A) = n(A) - n(B),**т.е. число элементов дополнения подмножества В до конечного множества А равно разности численностей этих множеств.

Пусть, например, А = {x, y, z,p,t}, а В = { x,p,t}. Получаем n(A) = 5,n(B) = 3. Тогда n(B´A) =n(A) -n(B) = 5 – 3 = 2.

Формула (1) позволяет находить число элементов в объединении конечных непересекающихся множеств. А если множества А и В имеют общие элементы, то как найти число элементов в их объединении?

Пусть, например, А = {x, y, z}, а В = {x,z, p,s,k}. Тогда А∪ В = {x, y,z, p,s,k}, т.е.n(A) = 3,n(B) = 5, а n(A∩ B) = 2 и, значит, общие элементы множеств А и В в объединении этих множеств записаны только один раз.

В общем виде правило подсчета элементов в объединении двух конечных множеств может быть представлено в виде формулы:

n(A∪B) = n(A) + n(B) - n(A ∩ B).(2)

Задание

1. Тридцать пять четвероклассников побывали на экскурсии в Рязани и 25 человек в Смоленске. Всего на эти экскурсии съездили 45 четвероклассников. Сколько из них были и в Рязани, и в Смоленске?

2.В школе 70 учеников. Из них 27 ходит в драмкружок, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов. 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не ходят в драмкружок?
3 Из 32 школьников 12 занимаются в волейбольной секции, 15 - в баскетбольной, 8 человек занимаются и в той, и в другой секции. Сколько школьников не занимаются ни в волейбольной, ни в баскетбольной секции?
4. В третьем классе дети коллекционируют марки и монеты. Марки коллекционируют 8 человек, монеты - 5 человек. Всего коллекционеров 11. Объясните, как это может быть. Сколько человек коллекционируют только марки? только монеты?
5.Катя положила в коробку 4 зеленых круга, 6 треугольников и 3 красных многоугольника. Всего в коробке оказалось 11 фигурок. Сколько среди них красных треугольников?
6. Найдите разность множеств *A* и *B,* если
а) $A = \{1,2,3, 4, 5, 6\}$, $B= \{2, 4,6,8,10\}$; б) $A = \{1,2,3, 4, 5, 6\}$, $B= \{1,3,5\}$.

Практическая работа №12

Тема: Решение комбинированных задач

Перестановки (без повторений)	Размещения (без повторений)	Сочетания (без повторений)
$P_n = n! = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$ (n – число элементов)	$A_n^k = n(n-1)\ldots(n-(k-1))=n!/(n-k)!$ (выбор из n элементов по k)	$C_n^k = n!/(k!\cdot(n-k)!)$ (выбор из n элементов по k) Свойства: $C_n^n=C_n^0=1$, $C_n^k+C_n^{k+1}= C_{n+1}^{k+1}$

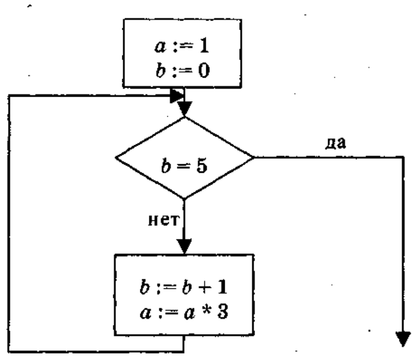
1. Сколькими способами из различных цифр можно составить различные трехзначные числа?
2. Сколькими способами могут взойти 3 зерна пшеницы, если посажено 7 зерен?
3. Сколькими способами можно расставит белые фигуры на первой линии шахматной доски?

Практическая работа № 13, 14

Тема: Составление линейных алгоритмов и их программирование и запуск на выполнение

№1

1. Дан алгоритм:
Ввод значения x
ЕСЛИ x<–20 ТО y = 2 * x
ЕСЛИ x<=10 ТО y = 51
ЕСЛИ x>10 ТО y = x
Вывод y
Какое число будет выведено в результате выполнения алгоритма, если ввести значение ***X*=100 ?**
2. Определите значение переменной *a* после выполнения фрагмента алгоритма:



Примечание: знаком * обозначена операция умножения, знаком := обозначена операция присваивания.

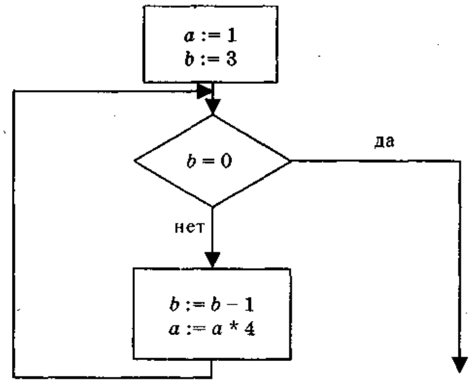
№2

1. Дан алгоритм:

Ввод значения x
ЕСЛИ x<–20 ТО y = 2 * x
ЕСЛИ x<=10 ТО y = 51
ЕСЛИ x>10 ТО y = x
Вывод y

Какое число будет выведено в результате выполнения алгоритма, если ввести значение ***X* = –22 ?**

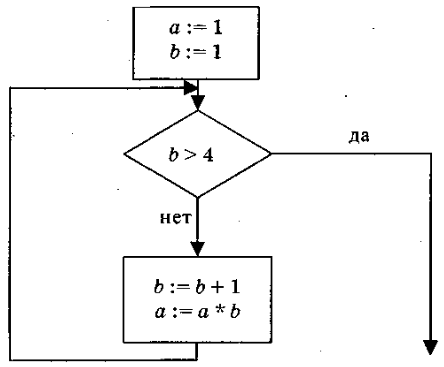
2. Определите значение переменной *a* после выполнения фрагмента алгоритма:



*Примечание: знаком * обозначена операция умножения, знаком := обозначена операция присваивания.*

№3

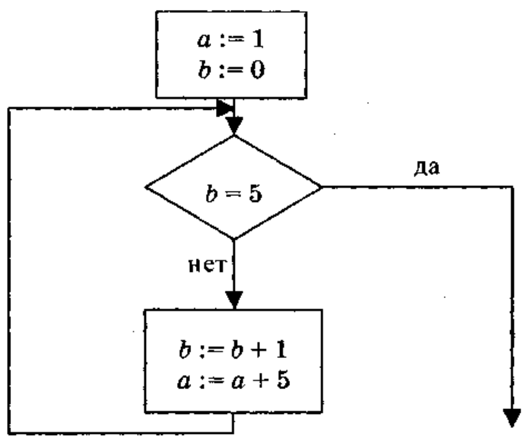
Определите значение переменной *в* после выполнения фрагмента алгоритма:



*Примечание: знаком * обозначена операция умножения, знаком := обозначена операция присваивания.*

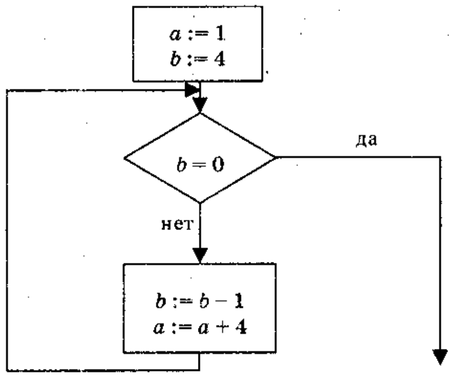
№4

Определите значение переменной *a* после выполнения фрагмента алгоритма:



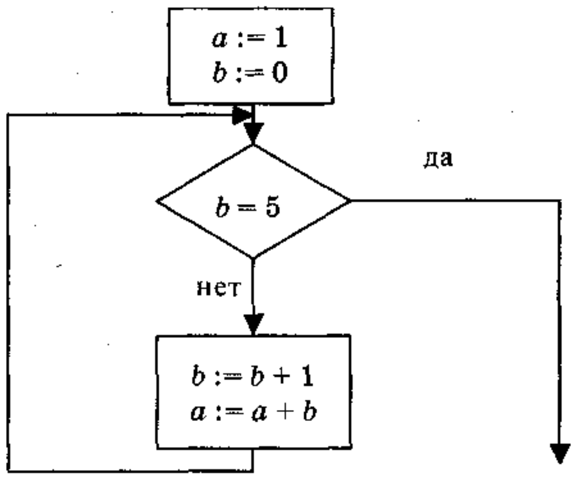
Примечание: знаком := обозначена ог ерация присваивания.

№5



Примечание: знаком := обозначена операция присваивания.

№6



Примечание: знаком := обозначена операция присваивания.

Практическая работа №15

Тема: Составление разветвляющих алгоритмов и их программирование и запуск на выполнение

Задание 1. Определить площадь трапеции по введенным значениям оснований (a и b) и высоты (h).

Запись решения задачи на алгоритмическом языке:

алг трапеция
вещ a,b,h,s
нач
 ввод f,b,h
 s:=((a+b)/2)*h
 вывод s
кон

Запись алгоритма в виде блок-схемы (рис. 1):

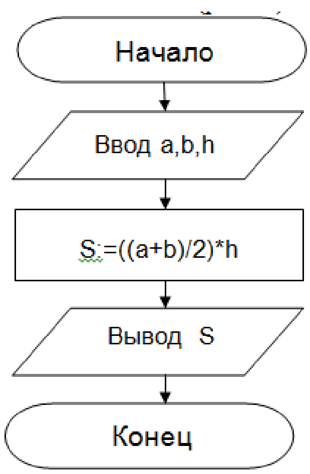


Рисунок 1. Блок-схема алгоритма

Задание 2. Определить среднее арифметическое двух чисел, если a положительное и частное (a/b) в противном случае.
Запись решения задачи на алгоритмическом языке:

алг числа
  вещ a,b,c
нач
  ввод a,b
  если a>0
    то   c:=(a+b)/2
    иначе c:=a/b
  все
  вывод c
кон

Запись алгоритма в виде блок-схемы (рис. 2):

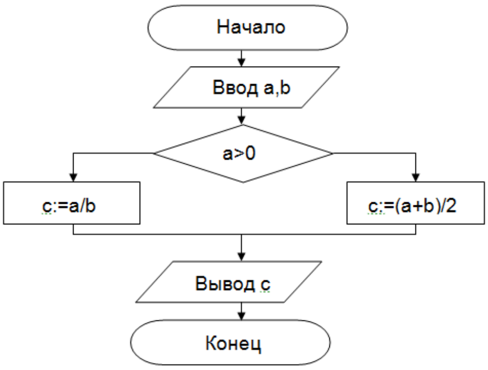
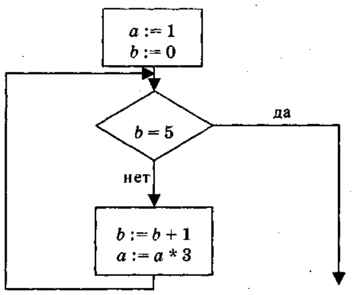


Рисунок 2. Блок-схема алгоритма с ветвлением

№3

1. Дан алгоритм:
Ввод значения x
ЕСЛИ x<–20 ТО y = 2 * x
ЕСЛИ x<=10 ТО y = 51
ЕСЛИ x>10 ТО y = x
Вывод y
Какое число будет выведено в результате выполнения алгоритма, если ввести значение ***X* = 100 ?**
2. Определите значение переменной *a* после выполнения фрагмента алгоритма:



Примечание: знаком * обозначена операция умножения, знаком := обозначена операция присваивания.

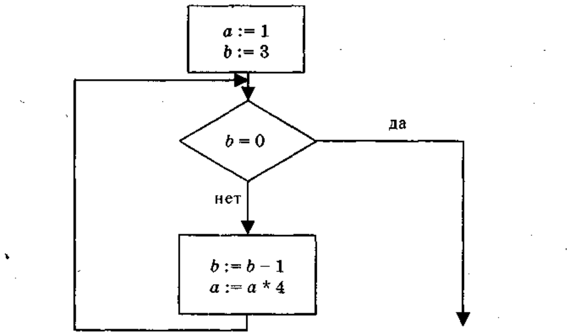
№4

1. Дан алгоритм:
Ввод значения x
ЕСЛИ x<–20 ТО y = 2 * x
ЕСЛИ x<=10 ТО y = 51
ЕСЛИ x>10 ТО y = x

Вывод y

Какое число будет выведено в результате выполнения алгоритма, если ввести значение ***X* = –22** ?

2. Определите значение переменной *a* после выполнения фрагмента алгоритма:



*Примечание: знаком * обозначена операция умножения, знаком := обозначена операция присваивания.*

Практическая работа № 16

Тема: Составление циклических алгоритмов и их программирование и запуск на выполнение

Задание 1. Составить алгоритм нахождения суммы целых чисел в диапазоне от 1 до 10.

Запись алгоритма в виде блок-схемы (рис. 3):

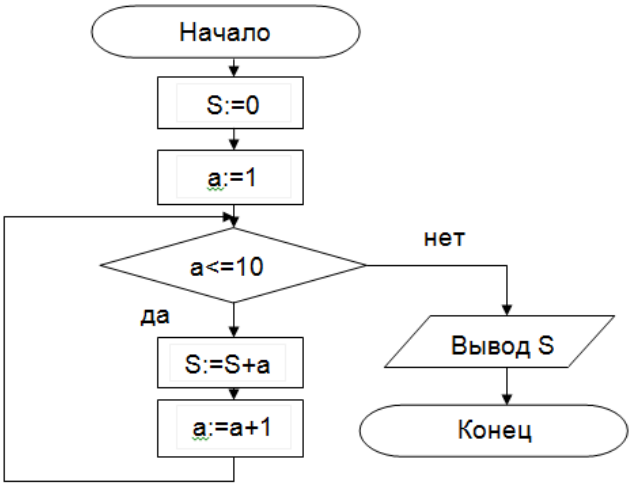


Рисунок 3. Циклический алгоритм с предусловием

Задание 2 В алгоритме с постусловием сначала выполняется тело цикла, а затем проверяется условие окончания цикла. Решение задачи нахождения суммы первых десяти целых чисел в данном случае будет выглядеть следующим образом:

Запись алгоритма в виде блок-схемы (рис. 4):

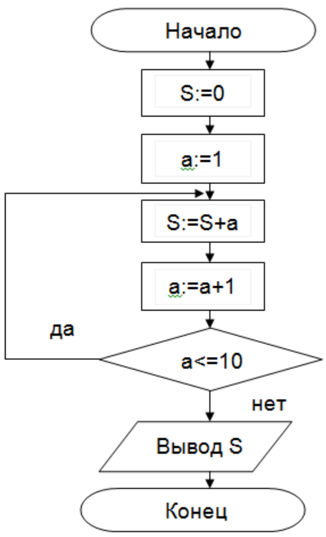


Рисунок 4. Циклический алгоритм с постусловием

Практическая работа № 17

Тема: Решение задач на составление предикатов

1. Найти значение высказывания $\exists x\forall y\exists z(xz = y^3)$. Предикат $xz = y^3$ определен на множестве $X = N$.

2. Очевидно, что высказывание $\forall x\exists y(x + y = 0)$ ($X = R$) истинно. Поменяем кванторы местами. Получим высказывание $\exists y\forall x(x + y = 0)$, которое является ложным.

3. Записать формулу $A = \exists x\forall yP(x, y) \to \forall x\exists yQ(x, y) \vee R(x)$ В предваренной нормальной форме.

Практическая работа №18

Тема: Решение задач на выполнение логических связок над предикатами

1.Среди следующих предложений выделить предикаты и для каждого из них указать область истинности:

1. $x + 5 = 1$
2. при $x = 2$ выполняется равенство $x^2 – 1 = 0$
3. $x^2 – 2x + 1 =$
4. 0существует такое число x, что $x^3 – 2x + 1 = 0$
5. $x + 2 < 3x –$
6. однозначное неотрицательное число x кратно 3
7. $(x + 2) – (3x – 4)$

Практическая работа №19

Тема: Решение задач на сравнение предикатов

Какой из кванторов определяется следующими выражениями: «для всякого x истинно F(x)», «F(x) при произвольном x», «найдется x, такой что F(x)», «для подходящего x верно F(x)»,»всегда имеет место F(x)», «каждый элемент обладает свойством F», «найдется, по крайней мере, один x такой, что F(x)», «существует не менее одного x, что F(x) «, «свойство F присуще всем», «каким бы ни был x F(x истинно», «хотя бы для одного x верно F(x) «.

2. Дана алгебраическая структура <N; x£y>. Показать, что следующие предикаты определяются формулами сигнатуры s=(£):
а) «x меньше y»,
б) «y равно x+1»,
в) «x равно 1»,
г) «x равно 2»,
д) «y лежит между x и z».

3. Дана алгебраическая структура <N; x|y>. Показать, что следующие предикаты определяются формулами сигнатуры s=(|) (x|y означает, что x делит y нацело:
а) «x равно 1»,
б) «z есть НОD(x,y)»,
в) «z есть НОK(x,y)»,
г) «x – простое число»

Можно ли определить предикаты «x – четное число», «x меньше y» формулой этой же сигнатуры?

4. Рассмотрим алгебраическую структуру <N; x+y, xy, x£y>. Для каждой из формул:
а) ("y)(y£x®x£y,
б) ($y)(x=y+y),
в) ("u)("v)(x=uy®x=uÚx=v),
г) ($y)("z)(z£x®x£zÚz=y),
д) y£z&x£z&("u)(y£u&x£u®z£u).

Найти предикат из следующего списка, который эта формула определяет: «x – простое число или x равно 1»,
б) «x – четное число»,
в) «x равно 1»,
г) «z есть наибольшее из чисел x и y»,
д) «x принадлежит {1,2}».

Практическая работа №20

Тема: Выполнение квантификации высказывательных форм

Квантор общности (универсальный квантор) - $\forall x$.

$\forall$xP(x) – для всех (любого) x истинно P(x). Это высказывание истинно тогда и только тогда, когда предикат P(x) выполняется для каждого значения переменного x.

Квантор существования - $\exists x$.

$\exists$xP(x) – существует x, такой что истинно P(x). Это высказывание истинно тогда и только тогда, когда для некоторых значениях x выполняется предикат P(x).

Пример 1. Запишите высказывание для символичной записи $(\exists x)(\exists y)$: $(x^2 + y^2 > 25)$.
Определите истинность высказывания, считая, что все переменные принадлежат множеству действительных чисел.
Решение
Данную запись можно представить высказыванием: существует x и существует y, такие что $x^2 + y^2 > 25$. Высказывание является истинным, т.к. можно найти пару чисел x и y, для которых будет выполняться выражение $x^2 + y^2 > 25$ (например, $x = 3$ и $y = 5$).

Пример 2. Запишите высказывание «На каждой улице будет праздник» в символичной форме, введя предикаты.
Решение
1. Найдем область определения
M: x – множество всех улиц
   y – множество всех праздников
2. Введем предикат P(x, y): x имеет свой Y.
3. Данное высказывание в символичной форме запишется в виде: $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$

Задание 1. Найти множества истинности данных предикатов, если их область определения множество всех действительных чисел.

I вариант	**II вариант**
А) **P (x):** $x^2 - 4 = 0$; Б) **Q(x):** $3x - 2 < 17$	А) **P (x):** $2x^2 - 18 = 0$; Б) **Q(x):** $2x + 3 < 15$

Задание 2. На множестве M = {1,2,3, … ,20} заданы предикаты: A (x): «x не делится на 5»; B (x): «x – четное число»; C (x): «x – число простое»; D (x): «x кратно 3». Определить следующие предикаты и найти их множества истинности:

I вариант	**II вариант**
A (x) & B(x); $C\ (x) \vee$ D (x); $\bar{B}$ (x); $A\ (x) \rightarrow$ C (x);	C (x) & B (x); $B\ (x) \vee$ D (x); $\bar{C}$ (x); $C\ (x) \rightarrow$ A (x);

Задание 3. Записать высказывание и определит его истинность, считая, что все переменные принадлежат множеству действительных чисел.

I вариант	**II вариант**
$(\exists x)(\forall y)$: $(x + y = 10)$ $(\forall x)(\exists y)(\exists z)$: $x*y = z$	$(\forall x)(\exists y)$: $(x + y = 8)$ $(\forall x)(\forall y)$: $(x>y)$

Задание 4. Записать предложенное высказывание в символичной форме, введя предикаты.

I вариант	**II вариант**
У каждого человека есть мать. Некоторые студенты – второкурсники.	Существуют города, которые больше Москвы. На каждом доме есть номер.